

Г-функция

Венелин Черногоров

28 април 2010 г.

Абстракт

В тази презентация е дадено определение и са посочени някои свойства на Г-функцията. Накрая е дадена графиката ѝ за реални стойности на аргумента.

Съдържание

- | | | |
|---|----------------------------|---|
| 1 | Определение | 2 |
| 2 | Свойства на гама-функцията | 3 |
| 3 | Графика | 4 |



У дома

Заглавие

Съдържание



Стр. 1 от 4

Назад

Екран

Затвори

Край

1. Определение

Γ -функцията, ойлеров интеграл от втори ред, е една от най-важните трансцедентни функции в математическия анализ, разпространяваща понятието факториел $z! = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot z$ в случай на комплексни стойности на z . Гама-функцията е въведена за първи път от Леонард Ойлер (1729). Тя се определя с формулата

$$(1) \quad \Gamma(z) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot n}{z(z+1) \dots (z+n)} n^z.$$

Ако реалната част на числото z е положителна, то вместо (1) може да се използва и формулата

$$(2) \quad \Gamma(z) = \int_0^{\infty} x^{z-1} e^{-x} dx.$$

Ако n е естествено число, то $\Gamma(n) = (n-1)!$.



У дома

Заглавие

Съдържание

◀

▶

◀

▶

Стр. 2 от 4

Назад

Екран

Затвори

Край



2. Свойства на гама-функцията

Основните свойства на гама-функцията са:

- $\Gamma(z + 1) = z\Gamma(z)$ (функционално уравнение);

У дома

Заглавие

Съдържание



Стр. 3 от 4

Назад

Екран

Затвори

Край



2. Свойства на гама-функцията

Основните свойства на гама-функцията са:

- $\Gamma(z + 1) = z\Gamma(z)$ (функционално уравнение);
- $\Gamma(z)\Gamma(1 - z) = \frac{\pi}{\sin(\pi z)}$ (формула за допълнение)

У дома

Заглавие

Съдържание



Стр. 3 от 4

Назад

Екран

Затвори

Край

[У дома](#)[Заглавие](#)[Съдържание](#)[Стр. 3 от 4](#)[Назад](#)[Екран](#)[Затвори](#)[Край](#)

2. Свойства на гама-функцията

Основните свойства на гама-функцията са:

- $\Gamma(z + 1) = z\Gamma(z)$ (функционално уравнение);
- $\Gamma(z)\Gamma(1 - z) = \frac{\pi}{\sin(\pi z)}$ (формула за допълнение) , откъдето

$$\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{\pi};$$

[У дома](#)[Заглавие](#)[Съдържание](#)[Стр. 3 от 4](#)[Назад](#)[Екран](#)[Затвори](#)[Край](#)

2. Свойства на гама-функцията

Основните свойства на гама-функцията са:

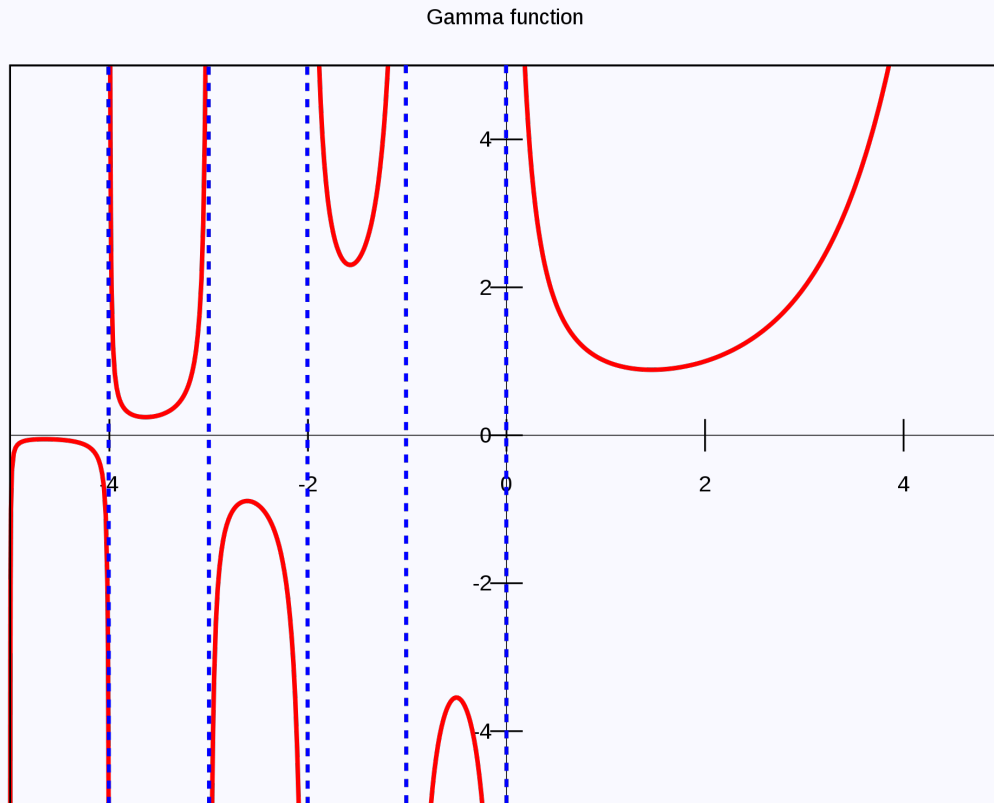
- $\Gamma(z+1) = z\Gamma(z)$ (функционално уравнение);
- $\Gamma(z)\Gamma(1-z) = \frac{\pi}{\sin(\pi z)}$ (формула за допълнение) , откъдето

$$\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{\pi};$$

- $\ln \Gamma(z) = z \ln z - z - \frac{1}{2} \ln z + \frac{1}{2} \ln 2\pi + \varepsilon(z)$, където $\varepsilon(z) \rightarrow 0$ при $z \rightarrow \infty$ (формула на Стирлинг).

3. Графика

Графика на функцията $y = \Gamma(x)$ за реални стойности на x



У дома

Заглавие

Съдържание



Стр. 4 от 4

Назад

Екран

Затвори

Край