

Моят изпит по математическа текстообработка

Име на студента

17 юни 2008 г.

Съдържание

1 Производни	1
2 Комплексен анализ	1
3 Гама функция	2

Увод

Примерите за този изпит са взети от [1].

1 Производни

Правило за диференциране: $\{f[g[h(x)]]\}' = f'[g[h(x)]]g'[h(x)]h'(x)$.

Производната от n -ти ред на произведението на функциите $f(x)$ и $g(x)$ се пресмята по формулата

$$(1) \quad \frac{d^n}{dx^n}[f(x)g(x)] = \sum_{i=0}^n \binom{n}{i} f^{(i)}(x)g^{(n-i)}(x).$$

2 Комплексен анализ

Теорема 1 (за резидуумите) Нека f е аналитична функция в областта G с изключение на изолираните особени точки a_1, a_2, \dots, a_m . Ако γ е затворена ретифицируема крива в G , която не минава през нито една от точките a_k , и ако $\gamma \approx 0$ в G , то

$$(2) \quad \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma} f = \sum_{k=1}^m n(\gamma; a_k) \operatorname{Res}(f; a_k).$$

Теорема 2 (за максимума) Нека G е ограничено отворено множество в \mathbb{C} и f е непрекъснатата функция в G^- , която е аналитична в G . Тогава

$$\max\{|f(z)| : z \in G^-\} = \max\{|f(z)| : z \in \partial G\}.$$

3 Гама функция

Гама функцията $\Gamma(z)$ се дефинира като

$$(3) \quad \Gamma(z) \equiv \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)^z n!}{z(z+1) \cdots (z+n)} \equiv \int_0^\infty e^{-t} t^{z-1} dt.$$

От (3) се вижда, че $\Gamma(1) = 1$. Може да се докаже, че за цели положителни числа n

$$\begin{aligned} \Gamma(n) &= (n-1)\Gamma(n-1) = (n-1)(n-2)\Gamma(n-2) = \dots \\ &= (n-1)(n-2) \cdots 1 = (n-1)!. \end{aligned}$$

Заклучение

Теорема 1 и 2 се изучават във всеки курс по комплексен анализ, а формула (1) би трябвало да е известна на всеки студент по математика.

Литература

[1] www.ctan.org.