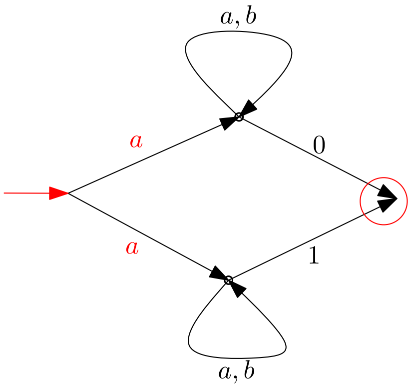
FIFO-трансдюсери. Дефиниция. Композиция на FIFO-трансдюсери

Стефан Герджиков

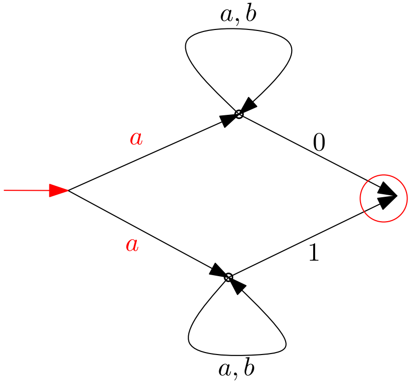
28 февруари 2008г.

НДКА

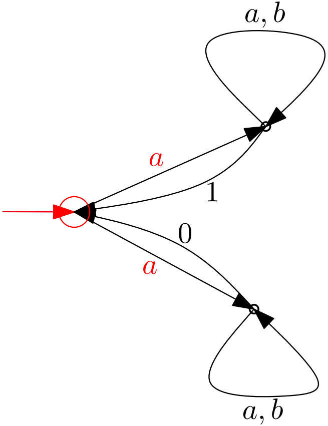


НДКА

$a\{a, b\}^*\{0, 1\}$

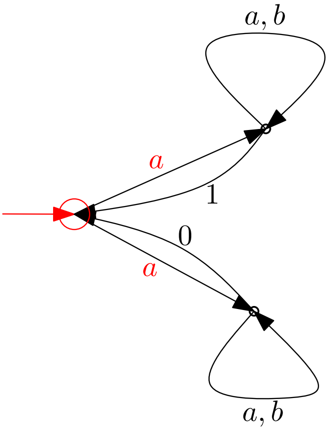


НДКА, малко по-сложен

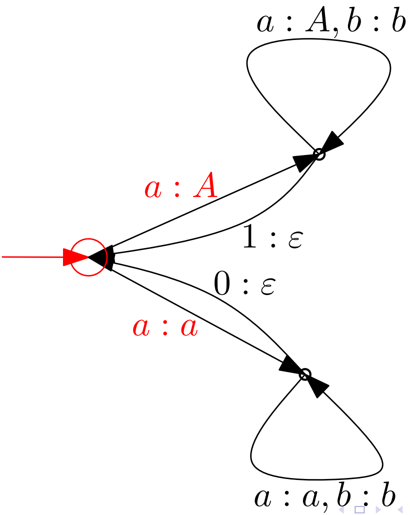


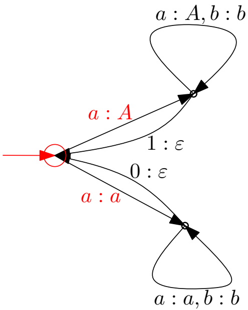
НДКА, малко по-сложен

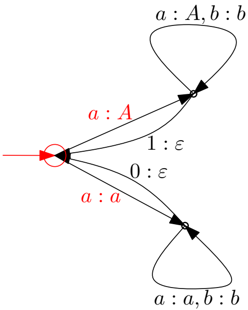
$(a\{a, b\}^*\{0, 1\})^*$



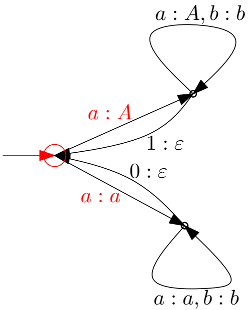
Преобразувател



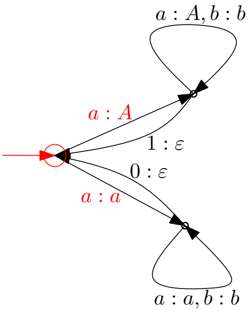

$a : A, b : b$
$a : A$
$1 : \varepsilon$
$0 : \varepsilon$
$a : a$
$a : a, b : b$



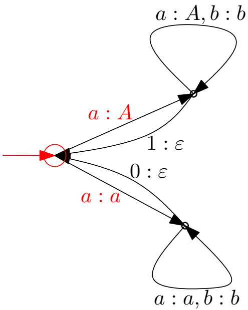
Вход: aba... ab ... a
Изход: ε



Вход: aba... ab ... a
Изход: ε
Вход: aba ... ab... a0
Изход: aba ... ab... aε



Вход: aba... ab ... a
Изход: ε
Вход: aba ... ab... a0
Изход: aba ... ab... aε
Вход: aba... ab... a1
Изход: AbA... Ab... Aε



Вход: aba... ab ... a
Изход: ε
Вход: aba ... ab... a0
Изход: aba ... ab... aε
Вход: aba... ab... a1
Изход: AbA... Ab... Aε
$\Rightarrow$ Опашка като Структура от данни

FIFO-трансдюсер.Дефиниция

$T =< \Sigma \times \Omega^*, \Gamma^*, P, Q, i, \Delta, d, \lambda, out, \phi, \psi >$

- Σ, Ω и Γ - азбуки.

FIFO-трансдюсер.Дефиниция

$T = < \Sigma \times \Omega^*, \Gamma^*, P, Q, i, \Delta, d, \lambda, out, \phi, \psi >$

- Σ, Ω и Γ - азбуки.
- P и Q, $P \cup Q = \varnothing$ - състояния.

FIFO-трансдюсер.Дефиниция

$T = < \Sigma \times \Omega^*, \Gamma^*, P, Q, i, \Delta, d, \lambda, out, \phi, \psi >$

- Σ, Ω и Γ - азбуки.
- P и Q, $P \cup Q = \varnothing$ - състояния.
- $i \in P$ - начално състояние.

FIFO-трансдюсер.Дефиниция

$T = < \Sigma \times \Omega^*, \Gamma^*, P, Q, i, \Delta, d, \lambda, out, \phi, \psi >$

- Σ, Ω и Γ - азбуки.
- P и Q, $P \cup Q = \varnothing$ - състояния.
- $i \in P$ - начално състояние.
- $\Delta : P \times \Sigma \rightarrow P \cup Q$ - функция на преходите върху P.

FIFO-трансдюсер.Дефиниция

$T =< \Sigma \times \Omega^*, \Gamma^*, P, Q, i, \Delta, d, \lambda, out, \phi, \psi >$

- Σ, Ω и Γ - азбуки.
- P и Q, $P \cup Q = \emptyset$ - състояния.
- $i \in P$ - начално състояние.
- $\Delta : P \times \Sigma \rightarrow P \cup Q$ - функция на преходите върху P.
- $d : Q \times \Gamma \times \{0, 1\} \rightarrow P \cup Q$ - функция на преходите върху Q.

FIFO-трансдюсер.Дефиниция

$T = < \Sigma \times \Omega^*, \Gamma^*, P, Q, i, \Delta, d, \lambda, out, \phi, \psi >$

- Σ, Ω и Γ - азбуки.
- P и Q, $P \cup Q = \varnothing$ - състояния.
- $i \in P$ - начално състояние.
- $\Delta : P \times \Sigma \rightarrow P \cup Q$ - функция на преходите върху P.
- $d : Q \times \Gamma \times \{0, 1\} \rightarrow P \cup Q$ - функция на преходите върху Q.
- $\lambda : P \times \Sigma \rightarrow \Gamma^*$, $Dom(\lambda) = Dom(\Delta)$ - функция, записваща в опашката.

FIFO-трансдюсер.Дефиниция

$T = < \Sigma \times \Omega^*, \Gamma^*, P, Q, i, \Delta, d, \lambda, out, \phi, \psi >$

- Σ, Ω и Γ - азбуки.
- P и Q, $P \cup Q = \varnothing$ - състояния.
- $i \in P$ - начално състояние.
- $\Delta : P \times \Sigma \to P \cup Q$ - функция на преходите върху P.
- $d : Q \times \Gamma \times \{0, 1\} \to P \cup Q$ - функция на преходите върху Q.
- $\lambda : P \times \Sigma \to \Gamma^*$, $Dom(\lambda) = Dom(\Delta)$ - функция, записваща в опашката.
- $out : Q \times \Gamma \times \{0, 1\} \to \Omega^*$, $Dom(out) = Dom(d)$ - изходна функция.

FIFO-трансдюсер.Дефиниция

$T = < \Sigma \times \Omega^*, \Gamma^*, P, Q, i, \Delta, d, \lambda, out, \phi, \psi >$

- Σ, Ω и Γ - азбуки.
- P и Q, $P \cup Q = \varnothing$ - състояния.
- $i \in P$ - начално състояние.
- $\Delta : P \times \Sigma \to P \cup Q$ - функция на преходите върху P.
- $d : Q \times \Gamma \times \{0,1\} \to P \cup Q$ - функция на преходите върху Q.
- $\lambda : P \times \Sigma \to \Gamma^*$, $Dom(\lambda) = Dom(\Delta)$ - функция, записваща в опашката.
- $out : Q \times \Gamma \times \{0,1\} \to \Omega^*$, $Dom(out) = Dom(d)$ - изходна функция.
- $\phi : P \to Q$

FIFO-трансдюсер.Дефиниция

$T =< \Sigma \times \Omega^*, \Gamma^*, P, Q, i, \Delta, d, \lambda, out, \phi, \psi >$

- Σ, Ω и Γ - азбуки.
- P и Q, $P \cup Q = \varnothing$ - състояния.
- $i \in P$ - начално състояние.
- $\Delta : P \times \Sigma \to P \cup Q$ - функция на преходите върху P.
- $d : Q \times \Gamma \times \{0,1\} \to P \cup Q$ - функция на преходите върху Q.
- $\lambda : P \times \Sigma \to \Gamma^*$, $Dom(\lambda) = Dom(\Delta)$ - функция, записваща в опашката.
- $out : Q \times \Gamma \times \{0,1\} \to \Omega^*$, $Dom(out) = Dom(d)$ - изходна функция.
- $\phi : P \to Q$
- $\psi : Q \to \Omega^*$.

FIFO-трансдюсер.Дефиниция

$T = < \Sigma \times \Omega^*, \Gamma^*, P, Q, i, \Delta, d, \lambda, out, \phi, \psi >$

- Σ, Ω и Γ - азбуки.
- P и Q, $P \cup Q = \varnothing$ - състояния.
- $i \in P$ - начално състояние.
- $\Delta : P \times \Sigma \rightarrow P \cup Q$ - функция на преходите върху P.
- $d : Q \times \Gamma \times \{0, 1\} \rightarrow P \cup Q$ - функция на преходите върху Q.
- $\lambda : P \times \Sigma \rightarrow \Gamma^*$, $Dom(\lambda) = Dom(\Delta)$ - функция, записваща в опашката.
- $out : Q \times \Gamma \times \{0, 1\} \rightarrow \Omega^*$, $Dom(out) = Dom(d)$ - изходна функция.
- $\phi : P \rightarrow Q$
- $\psi : Q \rightarrow \Omega^*$.
- **Всички функции са частични.**

Конфигурация на FIFO-трансдюсер.

- $T =< \Sigma \times \Omega^*, \Gamma^*, P, Q, i, \Delta, d, \lambda, out, \phi, \psi >$,
- $\kappa = (p, \alpha, \gamma, \omega)$ е конфигурация, където

Конфигурация на FIFO-трансдюсер.

- $T =< \Sigma \times \Omega^*, \Gamma^*, P, Q, i, \Delta, d, \lambda, out, \phi, \psi >$,
- $\kappa = (p, \alpha, \gamma, \omega)$ е конфигурация, където
- $p \in (P \cup Q)$

Конфигурация на FIFO-трансдюсер.

- $T = < \Sigma \times \Omega^*, \Gamma^*, P, Q, i, \Delta, d, \lambda, out, \phi, \psi >$,
- $\kappa = (p, \alpha, \gamma, \omega)$ е конфигурация, където
- $p \in (P \cup Q)$
- $\alpha \in \Sigma^*$

Конфигурация на FIFO-трансдюсер.

- $T = < \Sigma \times \Omega^*, \Gamma^*, P, Q, i, \Delta, d, \lambda, out, \phi, \psi >$,
- $\kappa = (p, \alpha, \gamma, \omega)$ е конфигурация, където
- $p \in (P \cup Q)$
- $\alpha \in \Sigma^*$
- $\gamma \in \Gamma^*$.

Конфигурация на FIFO-трансдюсер.

- $T =< \Sigma \times \Omega^*, \Gamma^*, P, Q, i, \Delta, d, \lambda, out, \phi, \psi >$,
- $\kappa = (p, \alpha, \gamma, \omega)$ е конфигурация, където
- $p \in (P \cup Q)$
- $\alpha \in \Sigma^*$
- $\gamma \in \Gamma^*$.
- $\omega \in \Omega^*$.

Преход между две конфигурации

Ако $\kappa' = (p', \alpha', \gamma', \omega')$ и
$\kappa'' = (p'', \alpha'', \gamma'', \omega'')$, то преход $\kappa' \vdash \kappa''$

Преход между две конфигурации

Ако $\kappa' = (p', \alpha', \gamma', \omega')$ и $\kappa'' = (p'', \alpha'', \gamma'', \omega'')$, то преход $\kappa' \vdash \kappa''$

- $p' \in P$, $\alpha' = \sigma\alpha''$,$\sigma \in \Sigma$ и $p'' = \Delta(p', \sigma)$, $\gamma'' = \gamma'\lambda(p', \sigma)$, $\omega'' = \omega'$.

Преход между две конфигурации

Ако $\kappa' = (p', \alpha', \gamma', \omega')$ и $\kappa'' = (p'', \alpha'', \gamma'', \omega'')$, то преход $\kappa' \vdash \kappa''$

- $p' \in P$, $\alpha' = \sigma\alpha''$,$\sigma \in \Sigma$ и $p'' = \Delta(p', \sigma)$, $\gamma'' = \gamma'\lambda(p', \sigma)$, $\omega'' = \omega'$.
- $p' \in Q$, $\gamma' = b\gamma''$, $b \in \Gamma$, $\gamma'' \neq \varepsilon$ и $p'' = d(p', b, 1)$, $\alpha'' = \alpha'$, $\omega'' = \omega \circ out(p', b, 1)$.

Преход между две конфигурации

Ако $\kappa' = (p', \alpha', \gamma', \omega')$ и
$\kappa'' = (p'', \alpha'', \gamma'', \omega'')$, то преход $\kappa' \vdash \kappa''$

- $p' \in P$, $\alpha' = \sigma\alpha''$,$\sigma \in \Sigma$ и $p'' = \Delta(p', \sigma)$, $\gamma'' = \gamma'\lambda(p', \sigma)$, $\omega'' = \omega'$.
- $p' \in Q$, $\gamma' = b\gamma''$, $b \in \Gamma$, $\gamma'' \neq \varepsilon$ и $p'' = d(p', b, 1)$, $\alpha'' = \alpha'$, $\omega'' = \omega \circ out(p', b, 1)$.
- $p' \in Q$, $\gamma' = b \in \Gamma$ и $\gamma'' = \varepsilon$, $p'' = d(p', b, 0)$, $\alpha'' = \alpha'$, $\omega'' = \omega' \circ out(p', b, 0)$.

Преход между две конфигурации

Ако $\kappa' = (p', \alpha', \gamma', \omega')$ и
$\kappa'' = (p'', \alpha'', \gamma'', \omega'')$, то преход $\kappa' \vdash \kappa''$

- $p' \in P$, $\alpha' = \sigma\alpha''$,$\sigma \in \Sigma$ и $p'' = \Delta(p', \sigma)$, $\gamma'' = \gamma'\lambda(p', \sigma)$, $\omega'' = \omega'$.
- $p' \in Q$, $\gamma' = b\gamma''$, $b \in \Gamma$, $\gamma'' \neq \varepsilon$ и $p'' = d(p', b, 1)$, $\alpha'' = \alpha'$, $\omega'' = \omega \circ out(p', b, 1)$.
- $p' \in Q$, $\gamma' = b \in \Gamma$ и $\gamma'' = \varepsilon$, $p'' = d(p', b, 0)$, $\alpha'' = \alpha'$, $\omega'' = \omega' \circ out(p', b, 0)$.

Извод между две конфигурации.

Ако $\kappa' = (p', \alpha', \gamma', \omega')$ и $\kappa'' = (p'', \alpha'', \gamma'', \omega'')$, то извод

$$\kappa' \models \kappa''$$

транзитивно и рефлексивно затваряне на $\vdash$.
Между две конфигурация неповече от 1 извод!

Дължина на извод

Дължина на $\kappa' \models \kappa''$

- $\kappa' = \kappa''$, дължина 0.

Дължина на извод

Дължина на $\kappa' \models \kappa''$

- $\kappa' = \kappa''$, дължина 0.
- $\kappa' \vdash \kappa \models \kappa''$, дължина $1+$ дължината на $\kappa \models \kappa''$.

Език на FIFO-трансдюсер

$T =< \Sigma \times \Omega^*, \Gamma^*, P, Q, i, \Delta, d, \lambda, out, \phi, \psi >$ е FIFO-трансдюсер.
Език $\mathcal{L}(T) = \{(\alpha, \omega)\}$:

Език на FIFO-трансдюсер

$T =< \Sigma \times \Omega^*, \Gamma^*, P, Q, i, \Delta, d, \lambda, out, \phi, \psi >$ е FIFO-трансдюсер.
Език $\mathcal{L}(T) = \{(\alpha, \omega)\}$:

1. $\exists f \in P$, $\exists \gamma \in \Gamma^*, \exists \omega_1 \in \Omega^*$,

$$< i, \alpha, \varepsilon, \varepsilon > \models < f, \varepsilon, \gamma, \omega_1 >$$

Език на FIFO-трансдюсер

$T =< \Sigma \times \Omega^*, \Gamma^*, P, Q, i, \Delta, d, \lambda, out, \phi, \psi >$ е FIFO-трансдюсер.
Език $\mathcal{L}(T) = \{(\alpha, \omega)\}$:

1. $\exists f \in P$, $\exists \gamma \in \Gamma^*, \exists \omega_1 \in \Omega^*$,
$$< i, \alpha, \varepsilon, \varepsilon > \models < f, \varepsilon, \gamma, \omega_1 >$$
2. $\exists q \in Q, \exists \omega_2 \in \Omega^*$:
$$< \phi(f), \varepsilon, \gamma, \omega_1 > \models < q, \varepsilon, \varepsilon, \omega_1 \omega_2 >$$

Език на FIFO-трансдюсер

$T =< \Sigma \times \Omega^*, \Gamma^*, P, Q, i, \Delta, d, \lambda, out, \phi, \psi >$ е FIFO-трансдюсер.
Език $\mathcal{L}(T) = \{(\alpha, \omega)\}$:

1. $\exists f \in P$, $\exists \gamma \in \Gamma^*, \exists \omega_1 \in \Omega^*$,

$$< i, \alpha, \varepsilon, \varepsilon > \models < f, \varepsilon, \gamma, \omega_1 >$$

2. $\exists q \in Q, \exists \omega_2 \in \Omega^*$:

$$< \phi(f), \varepsilon, \gamma, \omega_1 > \models < q, \varepsilon, \varepsilon, \omega_1 \omega_2 >$$

3. $\omega = \omega_1 \omega_2 \psi(q)$.

Език на FIFO-трансдюсер

$T =< \Sigma \times \Omega^*, \Gamma^*, P, Q, i, \Delta, d, \lambda, out, \phi, \psi >$ е FIFO-трансдюсер.
Език $\mathcal{L}(T) = \{(\alpha, \omega)\}$:

1. $\exists f \in P$, $\exists \gamma \in \Gamma^*, \exists \omega_1 \in \Omega^*$,
$$< i, \alpha, \varepsilon, \varepsilon > \vDash < f, \varepsilon, \gamma, \omega_1 >$$
2. $\exists q \in Q, \exists \omega_2 \in \Omega^*$:
$$< \phi(f), \varepsilon, \gamma, \omega_1 > \vDash < q, \varepsilon, \varepsilon, \omega_1 \omega_2 >$$
3. $\omega = \omega_1 \omega_2 \psi(q)$.

$\mathcal{L}(T)$ е графика на функция f_T!

Траверсиране на FIFO-трансдюсер

$T =< \Sigma \times \Omega^*, \Gamma^*, P, Q, i, \Delta, d, \lambda, out, \phi, \psi >$ е FIFO-трансдюсер.

$$l = \max|\lambda(p, \sigma)|,$$

- Ако $q', q'' \in Q$ то всеки извод $< q', \alpha, \gamma, \omega > \models < q'', \alpha, \gamma', \omega' >$ има дължина:

$$|\gamma'| - |\gamma|.$$

Траверсиране на FIFO-трансдюсер

$$T =< \Sigma \times \Omega^*, \Gamma^*, P, Q, i, \Delta, d, \lambda, out, \phi, \psi >$$ е FIFO-трансдюсер.

$$l = \max |\lambda(p, \sigma)|,$$

- Ако $q', q'' \in Q$ то всеки извод $< q', \alpha, \gamma, \omega > \models < q'', \alpha, \gamma', \omega' >$ има дължина:

$$|\gamma'| - |\gamma|.$$

- Индукция по броя d-преходите.

Траверсиране на FIFO-трансдюсер

$T =< \Sigma \times \Omega^*, \Gamma^*, P, Q, i, \Delta, d, \lambda, out, \phi, \psi >$ е FIFO-трансдюсер.

$$l = \max |\lambda(p, \sigma)|,$$

- Ако $q', q'' \in Q$ то всеки извод $< q', \alpha, \gamma, \omega > \models < q'', \alpha, \gamma', \omega' >$ има дължина:
$$|\gamma'| - |\gamma|.$$
- Ако $p', p'' \in P$, то всеки извод $< p', \alpha', \gamma', \omega' > \models < p'', \alpha'', \gamma'', \omega'' >$ има дължина:
$$\leq (\alpha' - \alpha'')(l + 1) + |\gamma'| - |\gamma''|.$$

Траверсиране на FIFO-трансдюсер

$T =< \Sigma \times \Omega^*, \Gamma^*, P, Q, i, \Delta, d, \lambda, out, \phi, \psi >$ е FIFO-трансдюсер.

$$l = \max |\lambda(p, \sigma)|,$$

- Ако $q', q'' \in Q$ то всеки извод $< q', \alpha, \gamma, \omega > \models < q'', \alpha, \gamma', \omega' >$ има дължина:
$$|\gamma'| - |\gamma|.$$
- Ако $p', p'' \in P$, то всеки извод $< p', \alpha', \gamma', \omega' > \models < p'', \alpha'', \gamma'', \omega'' >$ има дължина:
$$\leq (\alpha' - \alpha'')(l + 1) + |\gamma'| - |\gamma''|.$$
- Индукция по броя Δ-преходите.

Функцията *ir*.

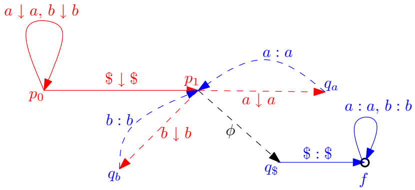
- Функцията $ir : (\Sigma \cup \$)^* \to (\Sigma \cup \$)^*$,

$$ir(\alpha) = \begin{cases} \alpha, & \text{ако } \alpha = \omega\$\omega \text{ за някоя дума } \omega \in \Sigma^* \\ \neg! & \text{иначе.} \end{cases}$$

Функцията *ir*.

- Функцията $ir : (\Sigma \cup \$)^* \to (\Sigma \cup \$)^*$,

$$ir(\alpha) = \begin{cases} \alpha, & \text{ако } \alpha = \omega\$\omega \text{ за някоя дума } \omega \in \Sigma^* \\ \neg! & \text{иначе.} \end{cases}$$

- 

Има и рационални FIFO-трансдюсери. Функцията $rep_{0,1}$

- Функцията $rep_{0,1} : \{a, b, 0, 1\}^* \longrightarrow \{A, a, b\}^*$,

Има и рационални FIFO-трансдюсери. Функцията $rep_{0,1}$

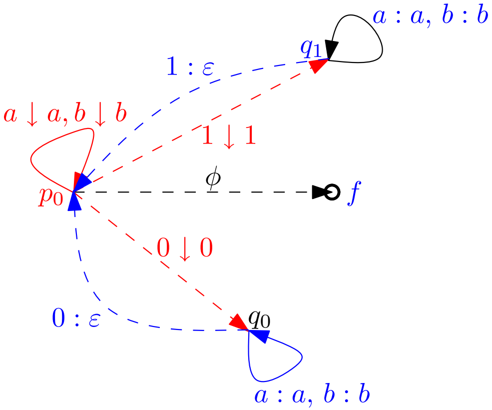
- Функцията $rep_{0,1} : \{a, b, 0, 1\}^* \to \{A, a, b\}^*$,
- $$rep_{0,1}(c_i) = \begin{cases} \varepsilon, & \text{ако } c_i \in \{0, 1\} \\ \neg! & \text{иначе.} \end{cases}$$

Има и рационални FIFO-трансдюсери. Функцията $rep_{0,1}$

- Функцията $rep_{0,1} : \{a, b, 0, 1\}^* \longrightarrow \{A, a, b\}^*$,
- $$rep_{0,1}(c_i) = \begin{cases} \varepsilon, & \text{ако } c_i \in \{0, 1\} \\ \neg! & \text{иначе.} \end{cases}$$
- $$rep_{0,1}(\alpha c \beta) = \begin{cases} \alpha_A \circ rep_{0,1}(\beta) & \text{ако } \alpha \in \{a, b\}^*, c = 1 \\ \alpha \circ rep_{0,1}(\beta) & \text{ако } \alpha \in \{a, b\}^*, c = 0 \\ \neg! & \text{иначе,} \end{cases}$$

α_A - $a \longrightarrow A$.

Функцията $rep_{0,1}$ на картинка



И един малко по-интересен FIFO-трансдюсер. Функцията $ins_{0,1}$

- Функцията $ins_{0,1} : \{a, b\}^+ \longrightarrow \{a, b, 0, 1\}^*$,

И един малко по-интересен FIFO-трансдюсер. Функцията $ins_{0,1}$

- Функцията $ins_{0,1} : \{a, b\}^+ \longrightarrow \{a, b, 0, 1\}^*$,
- $$ins_{0,1}\left(\prod_{i=0}^{k}(a^{m_i}b^{n_i})\right) = \prod_{i=0}^{k}(c_i a^{m_i}b^{n_i})0,$$
  $$c_i \equiv \sum_{j=i}^{k} n_j \pmod 2.$$

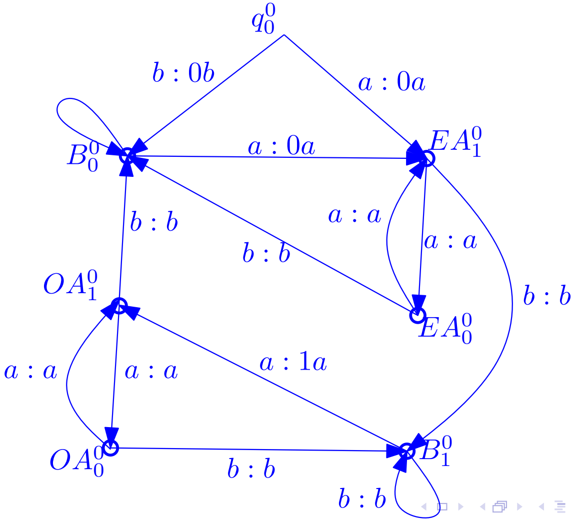
Първо подпоследователен преобразувател за представките! Функцията $pref_{0,1}$

- Функцията $pref_{0,1} : \{a, b\}^{+} \longrightarrow \{a, b, 0, 1\}^{*}$,

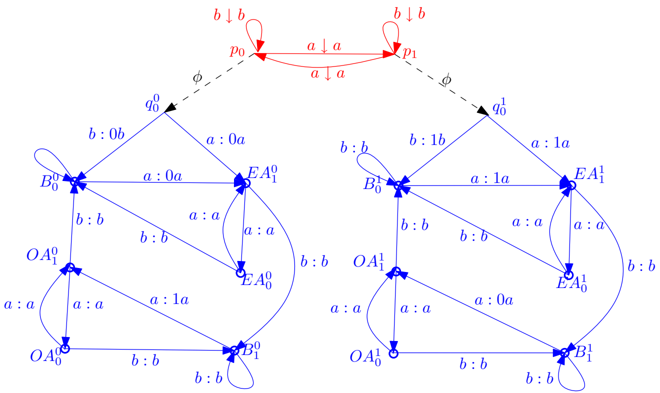
Първо подпоследователен преобразувател за представките! Функцията $pref_{0,1}$

- Функцията $pref_{0,1} : \{a, b\}^+ \longrightarrow \{a, b, 0, 1\}^*$,
- $$pref_{0,1}\left(\prod_{i=0}^{k}(a^{m_i}b^{n_i})\right) = \prod_{i=0}^{k}(c_i a^{m_i} b^{n_i})0,$$
  $$c_i \equiv \sum_{j=0}^{i-1} n_j \pmod 2.$$

Функцията $pref_{0,1}$ на картинка



Функцията $ins_{0,1}$ на картинка



Формулировка на резултата

Теорема $T =< \Sigma \times \Omega^*, \Gamma^*, P, Q, s, \Delta, d, \lambda, out, \phi, \psi >$ - FIFO-трансдюсер,
$T' =< \Omega \times \Xi^*, Q', s', \delta', \lambda', \phi' >$ - подпоследователен трансдюсер.

Формулировка на резултата

Теорема $T =< \Sigma \times \Omega^*, \Gamma^*, P, Q, s, \Delta, d, \lambda, out, \phi, \psi >$ - FIFO-трансдюсер,
$T' =< \Omega \times \Xi^*, Q', s', \delta', \lambda', \phi' >$ - подпоследователен трансдюсер.

$$\Rightarrow$$

$\exists \widetilde{T}$ - FIFO-трансдюсер:

$$f_{\widetilde{T}} = f_{T'} \circ f_T$$

Идея. Състояния

Симулация на T' върху изходите на T

Идея. Състояния

Симулация на T' върху изходите на T

$$\Rightarrow$$

Декартово произведение на състояния:

Идея. Състояния

Симулация на T' върху изходите на T

$\Rightarrow$

Декартово произведение на състояния:

- $\widetilde{P} = P \times Q'$.
- $\widetilde{Q} = Q \times Q'$.
- $\widetilde{i} =< s, s' >$.

…Симулираме и преходите

- Първо върху $\widetilde{P} = P \times Q'$:
  $\widetilde{\Delta}(< p, q' >, \sigma) =< \Delta(p, \sigma), q' >$
  $\widetilde{\lambda}(< p, q' >, \sigma) = \lambda(p, \sigma)$

…Симулираме и преходите

- Първо върху $\widetilde{P} = P \times Q'$:
  $\widetilde{\Delta}(< p, q' >, \sigma) =< \Delta(p, \sigma), q' >$
  $\widetilde{\lambda}(< p, q' >, \sigma) = \lambda(p, \sigma)$
- … а после и върху $\widetilde{Q} = Q \times Q'$
  $\widetilde{d}(< p, q' >, b, j) =< d(p, b, j), (\delta')^*(q', out(p, b, j)) >$, за $j \in \{0, 1\}$.
  $\widetilde{out}(< p, q' >, b, j) = (\lambda')^*(q', out(p, b, j))$, за $j \in \{0, 1\}$.

... накрая и условията за завършване

- Първо тези върху $\widetilde{P} = P \times Q'$:
  $\widetilde{\phi}(< p, q' >) =< \phi(p), q' >$.

... накрая и условията за завършване

- Първо тези върху $\widetilde{P} = P \times Q'$:
  $\widetilde{\phi}(< p, q' >) =< \phi(p), q' >$.
- ... и тези върху $\widetilde{Q} = Q \times Q'$:
  $\widetilde{\psi}(< p, q' >) = (\lambda')^*(q', \psi(p)) \circ \phi'((\delta')^*(q', \psi(p)))$.

Нашата интуиция се оправдава!

Лема Нека $\widetilde{p_1} =< p_1, q_1' >$, $\widetilde{p_2} =< p_2, q_2' >$.
Тогава $< \widetilde{p_1}, \alpha_1\alpha_2, \gamma_1, \widetilde{\omega_1} > \models \widetilde{p_2}, \alpha_2, \gamma_2, \widetilde{\omega_1}\widetilde{\omega_2} >$

$$\Leftrightarrow$$

$$\forall \omega_1 \exists \omega_2 :$$

Нашата интуиция се оправдава!

Лема Нека $\widetilde{p_1} =< p_1, q_1' >$, $\widetilde{p_2} =< p_2, q_2' >$.
Тогава $< \widetilde{p_1}, \alpha_1\alpha_2, \gamma_1, \widetilde{\omega_1} >\models \widetilde{p_2}, \alpha_2, \gamma_2, \widetilde{\omega_1}\widetilde{\omega_2} >$

$$\Leftrightarrow$$

$$\forall\omega_1\exists\omega_2:$$

1. $< p_1, \alpha_1\alpha_2, \gamma_1, \omega_1 >\models< p_2, \alpha_2, \gamma_2, \omega_1\omega_2 >$.

Нашата интуиция се оправдава!

Лема Нека $\widetilde{p_1} =< p_1, q_1' >$, $\widetilde{p_2} =< p_2, q_2' >$.
Тогава $< \widetilde{p_1}, \alpha_1\alpha_2, \gamma_1, \widetilde{\omega_1} > \models \widetilde{p_2}, \alpha_2, \gamma_2, \widetilde{\omega_1}\widetilde{\omega_2} >$

$$\Leftrightarrow$$

$$\forall \omega_1 \exists \omega_2 :$$

1. $< p_1, \alpha_1\alpha_2, \gamma_1, \omega_1 > \models < p_2, \alpha_2, \gamma_2, \omega_1\omega_2 >$.
2. $(\delta')^*(q_1', \omega_2) = q_2'$

Нашата интуиция се оправдава!

Лема Нека $\widetilde{p_1} =< p_1, q_1' >$, $\widetilde{p_2} =< p_2, q_2' >$.
Тогава $< \widetilde{p_1}, \alpha_1\alpha_2, \gamma_1, \widetilde{\omega_1} >\models \widetilde{p_2}, \alpha_2, \gamma_2, \widetilde{\omega_1}\widetilde{\omega_2} >$

$$\Leftrightarrow$$

$$\forall \omega_1 \exists \omega_2 :$$

1. $< p_1, \alpha_1\alpha_2, \gamma_1, \omega_1 >\models< p_2, \alpha_2, \gamma_2, \omega_1\omega_2 >$.
2. $(\delta')^*(q_1', \omega_2) = q_2'$
3. $(\lambda')^*(q_1', \omega_2) = \widetilde{\omega_2}$.

$\Rightarrow$ индукция по дължината на
$< \widetilde{p_1}, \alpha_1\alpha_2, \gamma_1, \widetilde{\omega_1} >\models \widetilde{p_2}, \alpha_2, \gamma_2, \widetilde{\omega_1}\widetilde{\omega_2} >$

Нашата интуиция се оправдава!

Лема Нека $\widetilde{p_1} =< p_1, q_1' >$, $\widetilde{p_2} =< p_2, q_2' >$.
Тогава $< \widetilde{p_1}, \alpha_1\alpha_2, \gamma_1, \widetilde{\omega_1} > \models \widetilde{p_2}, \alpha_2, \gamma_2, \widetilde{\omega_1}\widetilde{\omega_2} >$

$$\Leftrightarrow$$

$$\forall\omega_1\exists\omega_2:$$

1. $< p_1, \alpha_1\alpha_2, \gamma_1, \omega_1 > \models < p_2, \alpha_2, \gamma_2, \omega_1\omega_2 >$.
2. $(\delta')^*(q_1', \omega_2) = q_2'$
3. $(\lambda')^*(q_1', \omega_2) = \widetilde{\omega_2}$.

$\Rightarrow$ индукция по дължината на
$< \widetilde{p_1}, \alpha_1\alpha_2, \gamma_1, \widetilde{\omega_1} > \models \widetilde{p_2}, \alpha_2, \gamma_2, \widetilde{\omega_1}\widetilde{\omega_2} >$
$\Leftarrow$ индукция по дължината на
$< p_1, \alpha_1\alpha_2, \gamma_1, \omega_1 > \models < p_2, \alpha_2, \gamma_2, \omega_1\omega_2 >$.

Формулировка на резултата

Теорема $T =< \Sigma \times \Xi^*, \Gamma^*, P, Q, s, \Delta, d, \lambda, out, \phi, \psi >$ - FIFO-трансдюсер,
$T' =< \Omega \times \Sigma^*, Q', s', \delta', \lambda', \phi' >$ - подпоследователен трансдюсер.

Формулировка на резултата

Теорема $T =< \Sigma \times \Xi^*, \Gamma^*, P, Q, s, \Delta, d, \lambda, out, \phi, \psi >$ - FIFO-трансдюсер,
$T' =< \Omega \times \Sigma^*, Q', s', \delta', \lambda', \phi' >$ - подпоследователен трансдюсер.

$$\Rightarrow$$

$\exists \widetilde{T}$ - FIFO-трансдюсер:

$$f_{\widetilde{T}} = f_T \circ f_{T'}$$

Идея.

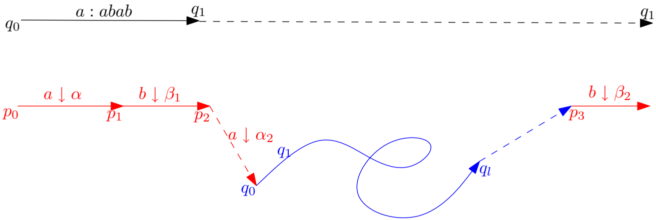
Симулация на T върху изходите на T'

Защо е по-трудно? Проблем 1

Възможно е да влезем в опашката, преди да сме изконсумирали целия изход $\lambda'(q', \sigma)$

Защо е по-трудно? Проблем 1

Възможно е да влезем в опашката, преди да сме изконсумирали целия изход $\lambda'(q', \sigma)$



Решение на проблем 1. Проблем 2

Да пазим необработената част от $\lambda'(q', \sigma)$ и да я използваме при нужда.

Решение на проблем 1. Проблем 2

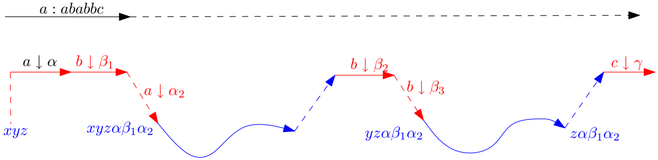
Да пазим необработената част от $\lambda'(q', \sigma)$ и да я използваме при нужда.

Възможно е да се наложи да влезем в опашката няколко пъти без да обработим $\lambda'(q', \sigma)$ изцяло. Какво да правим със записите за опашката?!

Решение на проблем 1. Проблем 2

Да пазим необработената част от $\lambda'(q',\sigma)$ и да я използваме при нужда.

Възможно е да се наложи да влезем в опашката няколко пъти без да обработим $\lambda'(q',\sigma)$ изцяло. Какво да правим със записите за опашката?!



Решение на проблем 2. Проблем 3

Да пазим и тях! . Те са краен брой! Ще ги запишем, когато се върнем в основно състояние!

Решение на проблем 2. Проблем 3

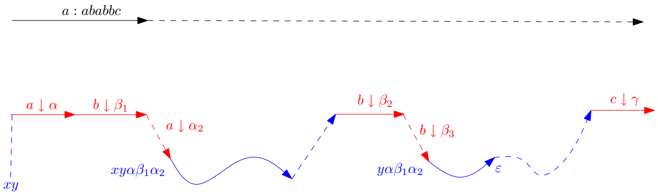
Да пазим и тях! . Те са краен брой! Ще ги запишем, когато се върнем в основно състояние!

Възможно е да трябва да използваме по-рано тези записи!

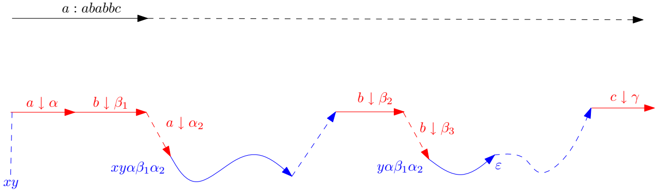
Решение на проблем 2. Проблем 3

Да пазим и тях! . Те са краен брой! Ще ги запишем, когато се върнем в основно състояние!

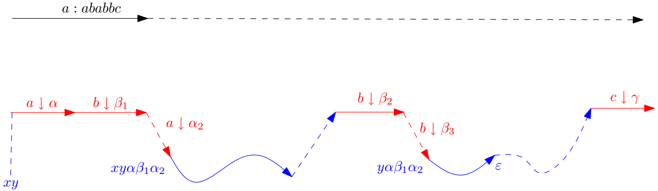
Възможно е да трябва да използваме по-рано тези записи!



Решение на проблем 3

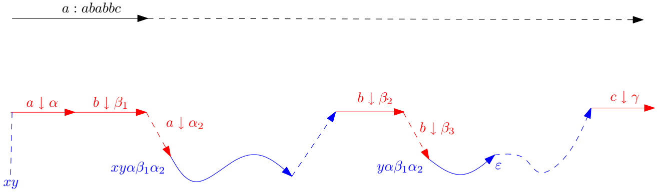


Решение на проблем 3



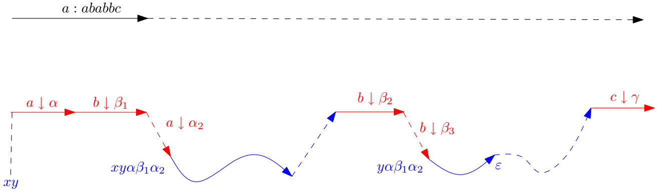
Да симулираме тези изводи на 1 стъпка - тоест като преходи.

Решение на проблем 3



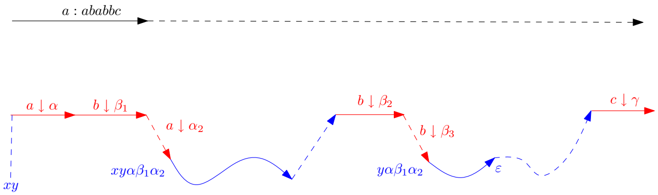
Да симулираме тези изводи на 1 стъпка - тоест като преходи.
Други проблеми?!

Решение на проблем 3



Да симулираме тези изводи на 1 стъпка - тоест като преходи.
Други проблеми?!
Като че ли ...

Решение на проблем 3



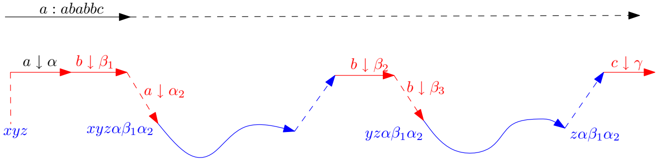
Да симулираме тези изводи на 1 стъпка - тоест като преходи.

Други проблеми?!

Като че ли ... няма.

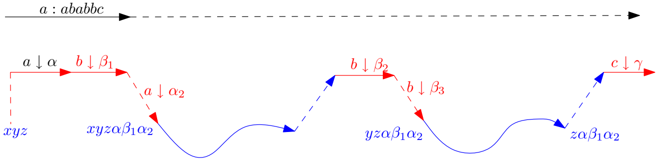
Проблеми 1 и 2 - конструктивно решаване! Функция на преходите - $walk_P$

- $walk_P : P \times \Sigma^* \longrightarrow P \cup Q$



Проблеми 1 и 2 - конструктивно решаване! Функция на преходите - $walk_P$

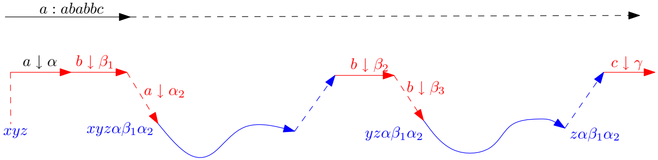
- $walk_P : P \times \Sigma^* \to P \cup Q$
- $walk_P(p, \varepsilon) = p$



Проблеми 1 и 2 - конструктивно решаване! Функция на преходите - $walk_P$

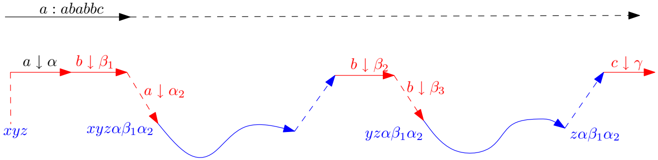
- $walk_P : P \times \Sigma^* \to P \cup Q$
- $walk_P(p, \varepsilon) = p$
-

$$walk_P(p, \sigma\alpha') = \begin{cases} \Delta(p,\sigma), \text{ ако } \Delta(p,\sigma) \in Q \\ walk_P(\Delta(p,\sigma), \alpha'), \text{ ако } \Delta(p,\sigma) \in P \\ \neg! \text{ иначе.} \end{cases}$$



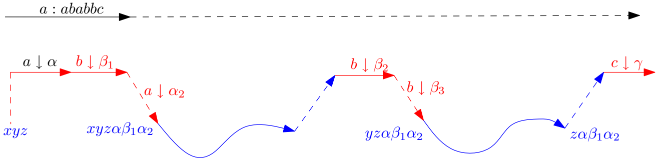
Проблеми 1 и 2 - конструктивно решаване! Остатък от входа - $rest_P$

- $rest_P : P \times \Sigma^* \to \Sigma^*$



Проблеми 1 и 2 - конструктивно решаване! Остатък от входа - $rest_P$

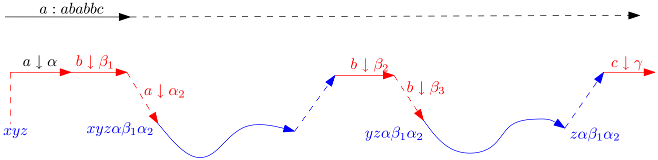
- $rest_P : P \times \Sigma^* \rightarrow \Sigma^*$
- $rest_P(p, \varepsilon) = \varepsilon$



Проблеми 1 и 2 - конструктивно решаване! Остатък от входа - $rest_P$

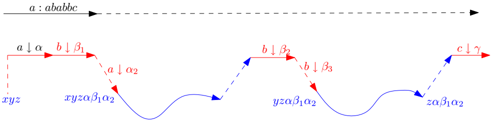
- $rest_P : P \times \Sigma^* \to \Sigma^*$
- $rest_P(p, \varepsilon) = \varepsilon$
-

$$rest_P(p, \sigma\alpha') = \begin{cases} \alpha', \text{ ако } \Delta(p,\sigma) \in Q \\ rest_P(\Delta(p,\sigma), \alpha'), \text{ ако } \Delta(p,\sigma) \in P \\ \neg! \text{ иначе.} \end{cases}$$



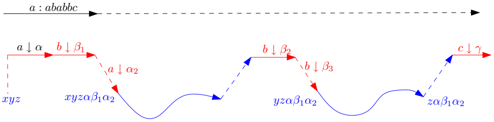
Проблеми 1 и 2 - конструктивно решаване! Запис в опашката - $print_P$

- $print_P : P \times \Sigma^* \longrightarrow \Gamma^*$



Проблеми 1 и 2 - конструктивно решаване! Запис в опашката - $print_P$

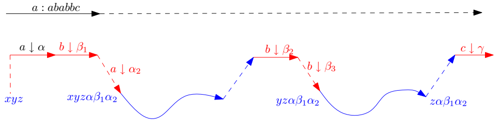
- $print_P : P \times \Sigma^* \longrightarrow \Gamma^*$
- $print_P(p, \varepsilon) = \varepsilon$



Проблеми 1 и 2 - конструктивно решаване! Запис в опашката - $print_P$

- $print_P : P \times \Sigma^* \longrightarrow \Gamma^*$
- $print_P(p, \varepsilon) = \varepsilon$
-

$$print_P(p, \sigma\alpha') = \begin{cases} \lambda(p,\sigma), \text{ ако } \Delta(p,\sigma) \in Q \\ \lambda(p,\sigma) \circ print_P(\Delta(p,\sigma), \alpha'), \text{ ако } \Delta(p,\sigma) \in P \\ \neg! \text{ иначе.} \end{cases}$$



Какво симулират $walk_P$, $rest_P$, $print_P$?

$$\forall p \in P, \forall \alpha, \beta \in \Sigma^*, \forall \gamma \in \Gamma^*, \forall \omega \in \Xi^*:$$

1. $!walk_P(p, \alpha) \Rightarrow$

Какво симулират $walk_P$, $rest_P$, $print_P$?

$\forall p \in P, \forall \alpha, \beta \in \Sigma^*, \forall \gamma \in \Gamma^*, \forall \omega \in \Xi^*$:

1. $!walk_P(p, \alpha) \Rightarrow$
2. $rest_P(p, \alpha)$ е наставка α

Какво симулират $walk_P$, $rest_P$, $print_P$?

$$\forall p \in P,\ \forall \alpha, \beta \in \Sigma^*,\ \forall \gamma \in \Gamma^*,\ \forall \omega \in \Xi^*:$$

1. $!walk_P(p, \alpha) \Rightarrow$
2. $rest_P(p, \alpha)$ е наставка α
3.

$$< p, \alpha\beta, \gamma, \omega > \models < walk_P(p, \alpha), rest_P(p, \alpha) \circ \beta, \gamma \circ print_P(p, \alpha), \omega > .$$

Какво симулират $walk_P$, $rest_P$, $print_P$?

$\forall p \in P, \forall \alpha, \beta \in \Sigma^*, \forall \gamma \in \Gamma^*, \forall \omega \in \Xi^*$:

1. $!walk_P(p, \alpha) \Rightarrow$
2. $rest_P(p, \alpha)$ е наставка α
3. $$< p, \alpha\beta, \gamma, \omega > \models < walk_P(p, \alpha), rest_P(p, \alpha) \circ \beta, \gamma \circ print_P(p, \alpha), \omega > .$$
4. ако $walk_P(p, \alpha) \in P \Rightarrow rest_P(p, \alpha) = \varepsilon$.

Какво симулират $walk_P$, $rest_P$, $print_P$?

$$\forall p \in P, \forall \alpha, \beta \in \Sigma^*, \forall \gamma \in \Gamma^*, \forall \omega \in \Xi^*:$$

1. $!walk_P(p, \alpha) \Rightarrow$
2. $rest_P(p, \alpha)$ е наставка α
3. $$< p, \alpha\beta, \gamma, \omega > \models < walk_P(p, \alpha), rest_P(p, \alpha) \circ \beta, \gamma \circ print_P(p, \alpha), \omega > .$$
4. ако $walk_P(p, \alpha) \in P \Rightarrow rest_P(p, \alpha) = \varepsilon$.
5. $walk_P(p, \alpha) \in Q, \Rightarrow |rest_P(p, \alpha)| < |\alpha|$.

Какво симулират $walk_P$, $rest_P$, $print_P$?

$\forall p \in P, \forall \alpha, \beta \in \Sigma^*, \forall \gamma \in \Gamma^*, \forall \omega \in \Xi^*$:

1. $!walk_P(p, \alpha) \Rightarrow$
2. $rest_P(p, \alpha)$ е наставка α
3. $$< p, \alpha\beta, \gamma, \omega > \models < walk_P(p, \alpha), rest_P(p, \alpha) \circ \beta, \gamma \circ print_P(p, \alpha), \omega > .$$
4. ако $walk_P(p, \alpha) \in P \Rightarrow rest_P(p, \alpha) = \varepsilon$.
5. $walk_P(p, \alpha) \in Q, \Rightarrow |rest_P(p, \alpha)| < |\alpha|$.
6. $\neg !walk_P(p, \alpha) \Rightarrow \nexists$ преход от $< p, \alpha\beta, \gamma, \omega >$ с дължина $>$ от $|\alpha| - 1$.

Какво симулират $walk_P$, $rest_P$, $print_P$?

$$\forall p \in P, \forall \alpha, \beta \in \Sigma^*, \forall \gamma \in \Gamma^*, \forall \omega \in \Xi^*:$$

1. $!walk_P(p, \alpha) \Rightarrow$
2. $rest_P(p, \alpha)$ е наставка α
3. $$< p, \alpha\beta, \gamma, \omega > \models < walk_P(p, \alpha), rest_P(p, \alpha) \circ \beta, \gamma \circ print_P(p, \alpha), \omega > .$$
4. ако $walk_P(p, \alpha) \in P \Rightarrow rest_P(p, \alpha) = \varepsilon$.
5. $walk_P(p, \alpha) \in Q, \Rightarrow |rest_P(p, \alpha)| < |\alpha|$.
6. $\neg !walk_P(p, \alpha) \Rightarrow \nexists$ преход от $< p, \alpha\beta, \gamma, \omega >$ с дължина $>$ от $|\alpha| - 1$.

Доказателство - индукция по $|\alpha|$.

Проблем 3 - конструктивно решаване! Функция на преходите - $walk_Q$

$walk_Q : Q \times \Sigma^* \times \Gamma^* \longrightarrow P \cup Q$

- $walk_Q(q, \alpha, \varepsilon) = q$

Проблем 3 - конструктивно решаване! Функция на преходите - $walk_Q$

$walk_Q : Q \times \Sigma^* \times \Gamma^* \to P \cup Q$

- $walk_Q(q, \alpha, \varepsilon) = q$
-

$$walk_Q(q, \alpha, b) = \begin{cases} d(q, b, 0) \text{ ако } d(q, b, 0) \in Q \\ walk_P(d(q, b, 0), \alpha), \text{ ако } d(q, b, 0) \in P \text{ и } \\ walk_P(d(q, b, 0), \alpha) \in P \\ walk_Q(walk_P(d(q, b, 0), \alpha), rest_P(d(q, b, 0), \alpha), \\ print_P(d(q, b, 0), \alpha)) \\ \text{ ако } d(q, b, 0) \in P \text{ и } walk_P(d(q, b, 0), \alpha) \in Q \end{cases}$$

Проблем 3 - конструктивно решаване! Функция на преходите - $walk_Q$ в общия случай

$$walk_Q(q, \alpha, b\gamma') = \begin{cases} walk_Q(d(q,b,1), \alpha, \gamma') \text{ ако } d(q,b,1) \in Q \\ \\ walk_P(d(q,b,1), \alpha), \text{ ако } d(q,b,1) \in P \text{ и} \\ walk_P(d(q,b,1), \alpha) \in P \\ \\ walk_Q(walk_P(d(q,b,1), \alpha), rest_P(d(q,b,1), \alpha), \\ \gamma' \circ print_P(d(q,b,1), \alpha)) \\ \text{ ако } d(q,b,1) \in P \text{ и } walk_P(d(q,b,1), \alpha) \in Q \end{cases}$$

Проблем 3 - конструктивно решаване! Остатък от входа - $rest_Q$

- $rest_Q : Q \times \Sigma^* \times \Gamma^* \longrightarrow \Sigma^*$

Проблем 3 - конструктивно решаване! Остатък от входа - $rest_Q$

- $rest_Q : Q \times \Sigma^* \times \Gamma^* \rightarrow \Sigma^*$
- $rest_Q(q, \alpha, \varepsilon) = \varepsilon$

Проблем 3 - конструктивно решаване! Остатък от входа - $rest_Q$

- $rest_Q : Q \times \Sigma^* \times \Gamma^* \to \Sigma^*$
- $rest_Q(q, \alpha, \varepsilon) = \varepsilon$
-

$$rest_Q(q, \alpha, b) = \begin{cases} \alpha \text{ ако } d(q, b, 0) \in Q \\ \\ rest_P(d(q, b, 0), \alpha), \text{ ако } d(q, b, 0) \in P \text{ и} \\ walk_P(d(q, b, 0), \alpha) \in P \\ \\ rest_Q(walk_P(d(q, b, 0), \alpha), rest_P(d(q, b, 0), \alpha), \\ print_P(d(q, b, 0), \alpha)) \\ \text{ ако } d(q, b, 0) \in P \text{ и } walk_P(d(q, b, 0), \alpha) \in Q \end{cases}$$

Проблем 3 - конструктивно решаване! Остатък от входа - $rest_Q$ в общия случай

$$rest_Q(q,\alpha,b\gamma') = \begin{cases} rest_Q(d(q,b,1),\alpha,\gamma') \text{ ако } d(q,b,1)\in Q \\ \\ rest_P(d(q,b,1),\alpha), \text{ ако } d(q,b,1)\in P \text{ и} \\ walk_P(d(q,b,1),\alpha)\in P \\ \\ rest_Q(walk_P(d(q,b,1),\alpha), rest_P(d(q,b,1),\alpha), \\ \gamma'\circ print_P(d(q,b,1),\alpha)) \\ \text{ ако } d(q,b,1)\in P \text{ и } walk_P(d(q,b,1),\alpha)\in Q \end{cases}$$

Проблем 3 - конструктивно решаване! Запис в опашката - $print_Q$

$print_Q : Q \times \Sigma^* \times \Gamma^* \to \Gamma^*$

- $print_Q(q, \alpha, \varepsilon) = \varepsilon$

Проблем 3 - конструктивно решаване! Запис в опашката - $print_Q$

$print_Q : Q \times \Sigma^* \times \Gamma^* \to \Gamma^*$

- $print_Q(q, \alpha, \varepsilon) = \varepsilon$
- $$print_Q(q, \alpha, b) = \begin{cases} \varepsilon \text{ ако } d(q, b, 0) \in Q \\ \\ print_P(d(q, b, 0), \alpha), \text{ ако } d(q, b, 0) \in P \text{ и} \\ walk_P(d(q, b, 0), \alpha) \in P \\ \\ print_Q(walk_P(d(q, b, 0), \alpha), rest_P(d(q, b, 0), \alpha), \\ print_P(d(q, b, 0), \alpha)) \\ \text{ ако } d(q, b, 0) \in P \text{ и } walk_P(d(q, b, 0), \alpha) \in Q \end{cases}$$

Проблем 3 - конструктивно решаване! Запис в опашката - $print_Q$ в общия случай

$$print_Q(q, \alpha, b\gamma') = \begin{cases} print_Q(d(q,b,1), \alpha, \gamma') \text{ ако } d(q,b,1) \in Q \\ \\ \gamma' \circ print_P(d(q,b,1), \alpha), \text{ ако } d(q,b,1) \in P \text{ и} \\ walk_P(d(q,b,1), \alpha) \in P \\ \\ print_Q(walk_P(d(q,b,1), \alpha), rest_P(d(q,b,1), \alpha), \\ \gamma' \circ print_P(d(q,b,1), \alpha)) \\ \text{ ако } d(q,b,1) \in P \text{ и } walk_P(d(q,b,1), \alpha) \in Q \end{cases}$$

Проблем 3 - конструктивно решаване! Функция на изхода - $output_Q$

$output_Q : Q \times \Sigma^* \times \Gamma^* \longrightarrow \Xi^*$

- $output_Q(q, \alpha, \varepsilon) = \varepsilon$

Проблем 3 - конструктивно решаване! Функция на изхода - $output_Q$

$output_Q : Q \times \Sigma^* \times \Gamma^* \longrightarrow \Xi^*$

- $output_Q(q, \alpha, \varepsilon) = \varepsilon$
- $$output_Q(q, \alpha, b) = \begin{cases} \varepsilon \text{ ако } out(q, b, 0) \in Q \\ \\ out(q, b, 0), \text{ ако } d(q, b, 0) \in P \text{ и} \\ walk_P(d(q, b, 0), \alpha) \in P \\ \\ out(q, b, 0) \circ output_Q(walk_P(d(q, b, 0), \alpha), \\ rest_P(d(q, b, 0), \alpha), print_P(d(q, b, 0), \alpha)) \\ \text{ ако } d(q, b, 0) \in P \text{ и } walk_P(d(q, b, 0), \alpha) \in Q \end{cases}$$

Проблем 3 - конструктивно решаване! Изходна функция - $output_Q$ в общия случай

$$
output_Q(q,\alpha,b\gamma') = \begin{cases}
out(q,b,1) \circ output_Q(d(q,b,1),\alpha,\gamma') \\
\text{ако } d(q,b,1) \in Q \\
\gamma' \circ out(q,b,1), \text{ ако } d(q,b,1) \in P \text{ и} \\
walk_P(d(q,b,1),\alpha) \in P \\
\\
out(q,b,1) \circ output_Q(walk_P(d(q,b,1),\alpha), \\
rest_P(d(q,b,1),\alpha), \gamma' \circ print_P(d(q,b,1),\alpha)) \\
\text{ ако } d(q,b,1) \in P \text{ и } walk_P(d(q,b,1),\alpha) \in Q
\end{cases}
$$

Какво ни казват $walk_Q$, $rest_Q$, $print_Q$, $output_Q$?

Лема $\forall q \in Q$, $\forall \alpha, \beta \in \Sigma^*$, $\forall \gamma \in \Gamma^*$ и $\forall \omega \in \Omega^*$

1. $!walk_Q(q, \alpha, \gamma) \Rightarrow$

$$< q, \alpha\beta, \gamma, \omega > \models$$
$$< walk_Q(q, \alpha, \gamma), rest_Q(q, \alpha, \gamma)\beta, print_Q(q, \alpha, \gamma), \omega\omega' >$$
$$\omega' = output_Q(q, \alpha, \gamma).$$

$rest_Q(q, \alpha, \gamma) \neq \varepsilon \Rightarrow$ най-дългият възможен извод

Какво ни казват $walk_Q$, $rest_Q$, $print_Q$, $output_Q$?

Лема $\forall q \in Q$, $\forall \alpha, \beta \in \Sigma^*$, $\forall \gamma \in \Gamma^*$ и $\forall \omega \in \Omega^*$

1. $!walk_Q(q, \alpha, \gamma) \Rightarrow$

$$< q, \alpha\beta, \gamma, \omega > \models$$
$$< walk_Q(q, \alpha, \gamma), rest_Q(q, \alpha, \gamma)\beta, print_Q(q, \alpha, \gamma), \omega\omega' >$$
$$\omega' = output_Q(q, \alpha, \gamma).$$

$rest_Q(q, \alpha, \gamma) \neq \varepsilon \Rightarrow$ най-дългият възможен извод

2. $\neg!walk_Q(q, \alpha, \gamma) \Rightarrow \nexists$

$$< q, \alpha\beta, \gamma, \omega > \models < p, \beta', \gamma', \omega >,$$

за който $|\beta'| < |\beta|$ или $\beta' = \beta$ и $\gamma' = \varepsilon$.

Какво ни казват $walk_Q$, $rest_Q$, $print_Q$, $output_Q$?(продължение)

Доказателство

Дефинираме:

$(\alpha', \gamma') \prec (\alpha'', \gamma'') \Leftrightarrow$

Какво ни казват $walk_Q$, $rest_Q$, $print_Q$, $output_Q$?(продължение)

Доказателство

Дефинираме:

$(\alpha', \gamma') \prec (\alpha'', \gamma'') \Leftrightarrow$
$|\alpha'| < |\alpha''|$

Какво ни казват $walk_Q$, $rest_Q$, $print_Q$, $output_Q$?(продължение)

Доказателство

Дефинираме:

$(\alpha', \gamma') \prec (\alpha'', \gamma'') \Leftrightarrow$
$|\alpha'| < |\alpha''| \vee |\alpha'| = |\alpha''| \& |\gamma'| < |\gamma''|$

Какво ни казват $walk_Q$, $rest_Q$, $print_Q$, $output_Q$?(продължение)

Доказателство

Дефинираме:

$(\alpha', \gamma') \prec (\alpha'', \gamma'') \Leftrightarrow$
$|\alpha'| < |\alpha''| \vee |\alpha'| = |\alpha''| \& |\gamma'| < |\gamma''|$
$(\Sigma^* \times \Gamma^*, \prec)$ - фундирано

Какво ни казват $walk_Q$, $rest_Q$, $print_Q$, $output_Q$?(продължение)

Доказателство

Дефинираме:

$(\alpha', \gamma') \prec (\alpha'', \gamma'') \Leftrightarrow$

$|\alpha'| < |\alpha''| \vee |\alpha'| = |\alpha''| \& |\gamma'| < |\gamma''|$

$(\Sigma^* \times \Gamma^*, \prec)$ - фундирано

Структурна индукция по множеството $(\Sigma^* \times \Gamma^*, \prec)$!

Последни детайли преди конструкцията на $\widetilde{T} = T \circ T'$

- $$Out(\lambda') = \{\lambda'(q', a) \mid q' \in Q', a \in \Omega\} \cup \{\phi'(q') \mid q' \in Q'\} \cup \{\lambda'(q', a)\phi'(\delta'(q', a)) \mid q' \in Q', a \in \Omega\}.$$

Последни детайли преди конструкцията на $\widetilde{T} = T \circ T'$

- $$Out(\lambda') = \{\lambda'(q', a) \mid q' \in Q', a \in \Omega\} \cup \{\phi'(q') \mid q' \in Q'\} \cup \{\lambda'(q', a)\phi'(\delta'(q', a)) \mid q' \in Q', a \in \Omega\}.$$

- $$Rest(\lambda') = \Big\{(x, z) \mid z = \prod_{i=1}^{k} print_P(p_i, t_i),\ x = rest(p_k, t_k),$$
  където $t_0 \in Out(\lambda'), p_i \in P$ удовлетворяват условието
  $$t_{i+1} = rest_P(p_i, t_i) \text{ за } 0 \leq i < k\}$$

Последни детайли преди конструкцията на $\widetilde{T} = T \circ T'$

- $$Out(\lambda') = \{\lambda'(q', a) \,|\, q' \in Q', a \in \Omega\} \cup \{\phi'(q') \,|\, q' \in Q'\} \cup \{\lambda'(q', a)\phi'(\delta'(q', a)) \,|\, q' \in Q', a \in \Omega\}.$$

- $$Rest(\lambda') = \Big\{(x, z) \,|\, z = \prod_{i=1}^{k} print_P(p_i, t_i),\ x = rest(p_k, t_k),$$ където $t_0 \in Out(\lambda'), p_i \in P$ удовлетворяват условието $t_{i+1} = rest_P(p_i, t_i)$ за $0 \leq i < k\Big\}$

- $$Print(\lambda') = \{print_Q(q, x, bz) \,|\, q \in Q, (x, z) \in Out(\lambda'), b \in \Gamma\}$$

Конструкцията на $\widetilde{T} = T \circ T'$. Състояния

- $\widetilde{P} = Q' \times P \times Print(\lambda')$ - крайно множество!

Конструкцията на $\widetilde{T} = T \circ T'$. Състояния

- $\widetilde{P} = Q' \times P \times Print(\lambda')$ - крайно множество!
- $\widetilde{Q}_0 = Q' \times Q \times Rest(\lambda') \times \{0\}$ - крайно множество!

Конструкцията на $\widetilde{T} = T \circ T'$. Състояния

- $\widetilde{P} = Q' \times P \times Print(\lambda')$ - крайно множество!
- $\widetilde{Q}_0 = Q' \times Q \times Rest(\lambda') \times \{0\}$ - крайно множество!
- $\widetilde{Q}_1 = Q' \times Q \times Rest(\lambda') \times \{1\}$ - крайно множество!

Конструкцията на $\widetilde{T} = T \circ T'$. Състояния

- $\widetilde{P} = Q' \times P \times Print(\lambda')$ - крайно множество!
- $\widetilde{Q}_0 = Q' \times Q \times Rest(\lambda') \times \{0\}$ - крайно множество!
- $\widetilde{Q}_1 = Q' \times Q \times Rest(\lambda') \times \{1\}$ - крайно множество!
- $\widetilde{Q}_1 = \widetilde{Q}_0 \cup \widetilde{Q}_1$ - крайно множество!

Конструкцията на $\widetilde{T} = T \circ T'$. Състояния

- $\widetilde{P} = Q' \times P \times Print(\lambda')$ - крайно множество!
- $\widetilde{Q}_0 = Q' \times Q \times Rest(\lambda') \times \{0\}$ - крайно множество!
- $\widetilde{Q}_1 = Q' \times Q \times Rest(\lambda') \times \{1\}$ - крайно множество!
- $\widetilde{Q}_1 = \widetilde{Q}_0 \cup \widetilde{Q}_1$ - крайно множество!
- $\widetilde{s} =< s', s, \varepsilon >$ - начално състояние!

Конструкцията на $\widetilde{T} = T \circ T'$. $\widetilde{\Delta}$ и $\widetilde{\lambda}$

- $$\widetilde{\Delta}(< q', p, \gamma >, a) = \begin{cases} < \delta'(q', a), walk_P(p, \lambda'(q', a)), \varepsilon > \text{, ако} \\ walk_P(p, \lambda'(q', a)) \in P \\ \\ < \delta'(q', a), walk_P(p, \lambda(q', a)), \\ rest_P(p, \lambda'(q', a)), \varepsilon > \text{ иначе.} \end{cases}$$

Конструкцията на $\widetilde{T} = T \circ T'$. $\widetilde{\Delta}$ и $\widetilde{\lambda}$

- $$\widetilde{\Delta}(< q', p, \gamma >, a) = \begin{cases} < \delta'(q', a), walk_P(p, \lambda'(q', a)), \varepsilon > \text{ , ако} \\ walk_P(p, \lambda'(q', a)) \in P \\ \\ < \delta'(q', a), walk_P(p, \lambda(q', a)), \\ rest_P(p, \lambda'(q', a)), \varepsilon > \text{ иначе.} \end{cases}$$

- $$\widetilde{\lambda}(< q', p, \gamma >, a) = \gamma \circ print_P(p, \lambda'(q', a)).$$

Конструкцията на $\widetilde{T} = T \circ T'$. $\widetilde{d}$ върху $\widetilde{Q}_0$.

$$\widetilde{d}(< q', q, \alpha, \gamma, 0 >, b, 1) = \begin{cases} < q', d(q, b, 1), \alpha, \gamma, 0 > \text{ ако} \\ d(q, b, 1) \in Q \\ \\ < q', walk_P(q_1, \alpha), rest_P(q_1, \alpha), \\ \gamma \circ print_P(q_1, \alpha), 0 > \\ \text{ ако } q_1 = d(q, b, 1) \in P \text{ и} \\ walk_P(q_1, \alpha) \in Q \\ \\ < q', walk_P(q_1, \alpha), \gamma \circ print_P(q_1, \alpha) > \\ \text{ ако } q_1 = d(q, b, 1) \text{ и } walk_P(q_1, \alpha) \in P. \end{cases}$$

Конструкцията на $\widetilde{T} = T \circ T'$. $\widetilde{d}$ върху $\widetilde{Q}_0$.

$$\widetilde{d}(< q', q, \alpha, \gamma, 0 >, b, 0) = \begin{cases} < q', walk_Q(q, \alpha, b\gamma), print_Q(q, \alpha, b\gamma) > \\ \text{ ако } walk_Q(q, \alpha, b\gamma) \in P \\ \\ < q', walk_Q(q, \alpha, b\gamma), \\ rest_Q(q, \alpha, b\gamma), print_Q(q, \alpha, b\gamma), 0 > \\ \text{ ако } walk_Q(q, \alpha, b\gamma) \in Q. \end{cases}$$

Конструкцията на $\widetilde{T} = T \circ T'$. $\widetilde{d}$ върху $\widetilde{Q}_1$.

$$\widetilde{d}(< q', q, \alpha, \gamma, 1 >, b, 1) = \begin{cases} < q', d(q, b, 1), \alpha, \gamma, 1 > \text{ ако} \\ d(q, b, 1) \in Q \\ \\ < q', walk_P(q_1, \alpha), rest_P(q_1, \alpha), \\ \gamma \circ print_P(q_1, \alpha), 1 > \\ \text{ ако } q_1 = d(q, b, 1) \in P \text{ и} \\ walk_P(q_1, \alpha) \in Q \\ \\ < q', \phi(walk_P(q_1, \alpha)), \varepsilon, \\ \gamma \circ print_P(q_1, \alpha), 0 > \\ \text{ ако } q_1 = d(q, b, 1) \text{ и } walk_P(q_1, \alpha) \in P. \end{cases}$$

Конструкцията на $\widetilde{T} = T \circ T'$. $\widetilde{d}$ върху $\widetilde{Q}_1$.

$$\widetilde{d}(< q', q, \gamma, \alpha, 1 >, b, 0) = \begin{cases} < q', \phi(walk_Q(q, \alpha, b\gamma)), \varepsilon, \\ print_Q(q, \alpha, b\gamma), 0 > \\ \text{ ако } walk_Q(q, \alpha, b\gamma) \in P \\ \\ < q', walk_Q(q, \alpha, b\gamma), rest_Q(q, \alpha, b\gamma), \\ print_Q(q, \alpha, b\gamma), 1 > \\ \text{ ако } walk_Q(q, \alpha, b\gamma) \in Q. \end{cases}$$

Конструкцията на $\widetilde{T} = T \circ T'$. $\widetilde{\lambda}$ върху $\widetilde{Q}$.

$$\widetilde{out}(< q', q, \alpha, \gamma, j >, b, 1) = out(q, b, 1)$$
$$\widetilde{out}(< q', q, \alpha, \gamma, j >, b, 0) = output_Q(q, \alpha, b\gamma).$$

Конструкцията на $\widetilde{T} = T \circ T'$. Условия за завършване $\widetilde{\phi}$.

$$\widetilde{\phi}(< q', p, \gamma >) = \begin{cases} < q', walk_P(p, \phi'(q')), rest_P(p, \phi'(q')), \\ \gamma \circ print_P(p, \phi'(q'), 1) > \\ \text{ако } walk_P(p, \phi(q')) \in Q \\ \\ < q', \phi(p_1), \varepsilon, \gamma \circ print_P(p, \phi'(q')), 0 > \\ \text{ако } p_1 = walk_P(p, \phi(q')) \in P \end{cases}$$

Конструкцията на $\widetilde{T} = T \circ T'$. Условия за завършване $\widetilde{\psi}$.

$$\widetilde{\psi}(< q', q, \alpha, \gamma, j >) = \begin{cases} output_Q(q, \alpha, \gamma) \circ \psi(q_1) \\ \text{където } q_1 = walk_Q(q, \alpha, \gamma) \in Q, \quad j = 0, \\ \alpha = \varepsilon \text{ и } print_Q(q, \alpha, \gamma) = \varepsilon \\ \\ \neg! \text{ иначе.} \end{cases}$$

$\widetilde{T} = T \circ T'$.

Теорема: $f_{\widetilde{T}} = f_T \circ f_{T'}$

$\widetilde{T} = T \circ T'$. Доказателството

Лема

- $\widetilde{p_1}, \widetilde{p_2} \in \widetilde{P} \cup \widetilde{Q_0}$.

$\widetilde{T} = T \circ T'$. Доказателството

Лема

- $\widetilde{p}_1, \widetilde{p}_2 \in \widetilde{P} \cup \widetilde{Q_0}$.
- q'_i, p_i, x_i и z_i за $i \in \{1, 2\}$:
  $\widetilde{p}_i = < q'_i, p_i, x_i, z_i, 0 >$ ако $\widetilde{p}_i \in \widetilde{Q_0}$
  $\widetilde{p}_i = < q'_i, p_i, z_i >$ и $x_i = \varepsilon$ ко $\widetilde{p}_i \in \widetilde{P}$.

$\widetilde{T} = T \circ T'$. Доказателството

Лема

- $\widetilde{p}_1, \widetilde{p}_2 \in \widetilde{P} \cup \widetilde{Q_0}$.
- q'_i, p_i, x_i и z_i за $i \in \{1,2\}$:

  $\widetilde{p}_i = < q'_i, p_i, x_i, z_i, 0 >$ ако $\widetilde{p}_i \in \widetilde{Q_0}$

  $\widetilde{p}_i = < q'_i, p_i, z_i >$ и $x_i = \varepsilon$ ко $\widetilde{p}_i \in \widetilde{P}$.
- $\forall \beta_1, \beta_2 \in \Omega^*$, $\forall \gamma_1, \gamma_2 \in \Gamma^*$, $\omega_1, \omega_2 \in \Xi^*$:

$$< \widetilde{p}_1, \beta_1\beta_2, \gamma_1, \omega_1 > \models < \widetilde{p}_2, \beta_2, \gamma_2, \omega_2 > \Rightarrow$$

$\widetilde{T} = T \circ T'$. Доказателството

Лема

- $\widetilde{p}_1, \widetilde{p}_2 \in \widetilde{P} \cup \widetilde{Q_0}$.
- q'_i, p_i, x_i и z_i за $i \in \{1, 2\}$:
  $\widetilde{p}_i = < q'_i, p_i, x_i, z_i, 0 >$ ако $\widetilde{p}_i \in \widetilde{Q_0}$
  $\widetilde{p}_i = < q'_i, p_i, z_i >$ и $x_i = \varepsilon$ ко $\widetilde{p}_i \in \widetilde{P}$.
- $\forall \beta_1, \beta_2 \in \Omega^*$, $\forall \gamma_1, \gamma_2 \in \Gamma^*$, $\omega_1, \omega_2 \in \Xi^*$:

$$< \widetilde{p}_1, \beta_1\beta_2, \gamma_1, \omega_1 > \vDash < \widetilde{p}_2, \beta_2, \gamma_2, \omega_2 > \Rightarrow$$

$\widetilde{T} = T \circ T'$. Доказателството

Лема

- $\widetilde{p_1}, \widetilde{p_2} \in \widetilde{P} \cup \widetilde{Q_0}$.
- q'_i, p_i, x_i и z_i за $i \in \{1,2\}$:
  $\widetilde{p_i} = < q'_i, p_i, x_i, z_i, 0 >$ ако $\widetilde{p_i} \in \widetilde{Q_0}$
  $\widetilde{p_i} = < q'_i, p_i, z_i >$ и $x_i = \varepsilon$ ко $\widetilde{p_i} \in \widetilde{P}$.
- $\forall \beta_1, \beta_2 \in \Omega^*$, $\forall \gamma_1, \gamma_2 \in \Gamma^*$, $\omega_1, \omega_2 \in \Xi^*$:

$$< \widetilde{p_1}, \beta_1\beta_2, \gamma_1, \omega_1 > \models < \widetilde{p_2}, \beta_2, \gamma_2, \omega_2 > \Rightarrow$$

$$\forall \alpha :$$

$$(\delta')^*(q_1, \beta_1) = q_2 \text{ и}$$

$$< p_1, x_1(\lambda')^*(q_1, \beta_1)\alpha, \gamma_1 z_1, \omega_1 > \models < p_2, x_2\alpha, \gamma_2 z_2, \omega_2 > .$$

$\widetilde{T} = T \circ T'$. Доказателството

Лема

- $\widetilde{p}_1 =< q'_1, p_1, x_1, z_1, 1 >$ и $\widetilde{q}_2 =< q'_2, p_2, x_2, z_2, 1 >$ са от $\widetilde{Q_1}$.

$\widetilde{T} = T \circ T'$. Доказателството

Лема

- $\widetilde{p_1} =< q_1', p_1, x_1, z_1, 1 >$ и $\widetilde{q_2} =< q_2', p_2, x_2, z_2, 1 >$ са от $\widetilde{Q_1}$.
-
$$< \widetilde{p_1}, \varepsilon, \gamma_1, \omega_1 > \models < \widetilde{p_2}, \varepsilon, \gamma_2, \omega_2 > \Rightarrow$$

$\widetilde{T} = T \circ T'$. Доказателството

Лема

- $\widetilde{p}_1 =< q'_1, p_1, x_1, z_1, 1 >$ и $\widetilde{q}_2 =< q'_2, p_2, x_2, z_2, 1 >$ са от $\widetilde{Q_1}$.
-

$$< \widetilde{p}_1, \varepsilon, \gamma_1, \omega_1 > \models < \widetilde{p}_2, \varepsilon, \gamma_2, \omega_2 > \Rightarrow$$

$$q'_1 = q'_2$$

$\widetilde{T} = T \circ T'$. Доказателството

Лема

- $\widetilde{p_1} =< q_1', p_1, x_1, z_1, 1 >$ и $\widetilde{q_2} =< q_2', p_2, x_2, z_2, 1 >$ са от $\widetilde{Q_1}$.
-
$$< \widetilde{p_1}, \varepsilon, \gamma_1, \omega_1 > \models < \widetilde{p_2}, \varepsilon, \gamma_2, \omega_2 > \Rightarrow$$

$$q_1' = q_2'$$

$$< p_1, x_1, \gamma_1 z_1, \omega_1 > \models < p_2, x_2, \gamma_2 z_2, \omega_2 > .$$

$\widetilde{T} = T \circ T'$. Доказателството

Лема

- $q'_1, q'_2 \in Q'$, $\beta_1 \in \Omega^*$, $p_1, p_2 \in P$.

$\widetilde{T} = T \circ T'$. Доказателството

Лема

- $q'_1, q'_2 \in Q'$, $\beta_1 \in \Omega^*$, $p_1, p_2 \in P$.
-
$$(\delta')^*(q'_1, \beta) = q'_2$$

  и

$\widetilde{T} = T \circ T'$. Доказателството

Лема

- $q'_1, q'_2 \in Q'$, $\beta_1 \in \Omega^*$, $p_1, p_2 \in P$.
-
$$(\delta')^*(q'_1, \beta) = q'_2$$

  и

-
$$< p_1, (\lambda')^*(q'_1, \beta_1), \varepsilon, \varepsilon > \vDash < p_2, \varepsilon, \gamma_1, \omega_1 > \Rightarrow$$

$\widetilde{T} = T \circ T'$. Доказателството

Лема

- $q_1', q_2' \in Q'$, $\beta_1 \in \Omega^*$, $p_1, p_2 \in P$.
- $$(\delta')^*(q_1', \beta) = q_2'$$

  и
- $$< p_1, (\lambda')^*(q_1', \beta_1), \varepsilon, \varepsilon > \models < p_2, \varepsilon, \gamma_1, \omega_1 > \Rightarrow$$
- $$< \widetilde{p_1}, \beta_1, \varepsilon, \varepsilon > \models < \widetilde{p_2}, \varepsilon, \gamma_2, \omega_1 >,$$

  за който $\widetilde{p_1} =< q_1', p_1, \varepsilon >$ и $\widetilde{p_2} =< q_2', p_2, z >$ за някое z.

$\widetilde{T} = T \circ T'$. Доказателството

1. $f_{\widetilde{T}}(\alpha) = \omega \Rightarrow$

$\widetilde{T} = T \circ T'$. Доказателството

1. $f_{\widetilde{T}}(\alpha) = \omega \Rightarrow$
2. $f_T(f_{T'}(\alpha)) = \omega$

$\widetilde{T} = T \circ T'$. Доказателството

1. $f_{\widetilde{T}}(\alpha) = \omega \Rightarrow$
2. $f_T(f_{T'}(\alpha)) = \omega$
3. $!f_{T'}(\alpha)\&!f_T(f_{T'}(\alpha)) \Rightarrow$

$\widetilde{T} = T \circ T'$. Доказателството

1. $f_{\widetilde{T}}(\alpha) = \omega \Rightarrow$
2. $f_T(f_{T'}(\alpha)) = \omega$
3. $!f_{T'}(\alpha) \& !f_T(f_{T'}(\alpha)) \Rightarrow$
4. $!f_{\widetilde{T}}(\alpha)$.

Формулировка на резултата.

Теорема Съществуват представими с FIFO-трансдюсери функции, чиято композиция не е представима с FIFO-трансдюсер!

Техническа лема

Лема

$$\forall \quad T =< \Sigma \times \Omega^*, \Gamma^*, P, Q, i, \Delta, d, \lambda, out, \phi, \psi >,$$

$$\exists \quad \widetilde{T} =< \Sigma \times \Omega^*, (\Sigma \times \widetilde{P}), \widetilde{P}, \widetilde{Q}, \widetilde{i}, \widetilde{\Delta}, \widetilde{d}, \widetilde{\lambda}, \widetilde{out}, \widetilde{\phi}, \widetilde{\psi} >:$$

Техническа лема

Лема

$$\forall \quad T =< \Sigma \times \Omega^*, \Gamma^*, P, Q, i, \Delta, d, \lambda, out, \phi, \psi >,$$

$$\exists \quad \widetilde{T} =< \Sigma \times \Omega^*, (\Sigma \times \widetilde{P}), \widetilde{P}, \widetilde{Q}, \widetilde{i}, \widetilde{\Delta}, \widetilde{d}, \widetilde{\lambda}, \widetilde{out}, \widetilde{\phi}, \widetilde{\psi} >:$$

1.

$$\forall p \in \widetilde{P} \forall \sigma \in \Sigma$$
$$\widetilde{\lambda}(p, \sigma) =< p, \sigma >$$

Техническа лема

Лема

$$\forall \quad T =< \Sigma \times \Omega^*, \Gamma^*, P, Q, i, \Delta, d, \lambda, out, \phi, \psi >,$$

$$\exists \quad \widetilde{T} =< \Sigma \times \Omega^*, (\Sigma \times \widetilde{P}), \widetilde{P}, \widetilde{Q}, \widetilde{i}, \widetilde{\Delta}, \widetilde{d}, \widetilde{\lambda}, \widetilde{out}, \widetilde{\phi}, \widetilde{\psi} >:$$

1. $$\forall p \in \widetilde{P} \forall \sigma \in \Sigma$$
$$\widetilde{\lambda}(p, \sigma) =< p, \sigma >$$

2. $$f_T = f_{\widetilde{T}}.$$

Идея

... отново СИМУЛАЦИЯ!

Идея

... отново СИМУЛАЦИЯ!

$$p_0 \xrightarrow{a \downarrow aba} p_1 \xrightarrow{b \downarrow cdd} p_2$$

$$\widetilde{p}_0 \xrightarrow{a \downarrow (p_0, a)} \widetilde{p}_1 \xrightarrow{b \downarrow (p_1, b)} \widetilde{p}_2$$

Проблеми

1. Проблем 1 - $\lambda(q, a) = \varepsilon \Rightarrow$

$$\widetilde{d}(., < p, a >, 1) = \begin{cases} d^*(., \lambda(p, a), 1)? \\ d^*(., \lambda(p, a), 0)? \end{cases}$$

Проблеми

1. Проблем 1 - $\lambda(q, a) = \varepsilon \Rightarrow$

$$\widetilde{d}(., < p, a >, 1) = \begin{cases} d^*(., \lambda(p, a), 1)? \\ d^*(., \lambda(p, a), 0)? \end{cases}$$

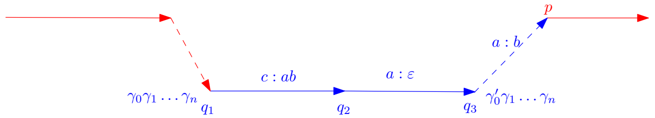
2. Решение - да пазим последния символ на $\lambda(p, a)$.

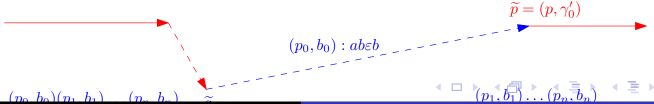
Проблеми

1. Проблем 1 - $\lambda(q, a) = \varepsilon \Rightarrow$

$$\widetilde{d}(., < p, a >, 1) = \begin{cases} d^*(., \lambda(p, a), 1)? \\ d^*(., \lambda(p, a), 0)? \end{cases}$$

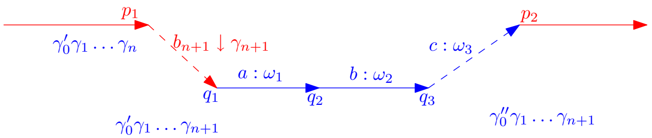
2. Решение - да пазим последния символ на $\lambda(p, a)$.
3. Проблем 2:

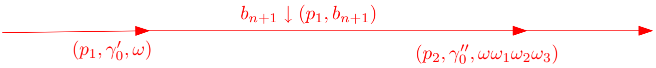




Проблеми(продължение)

Проблем 3:





Конструктивно решение. Функция за преходите - *walk*

$walk : Q \times \Gamma^* \longrightarrow P \cup Q$

- $|\gamma| \leq 1$,

$$walk(q, \gamma) = q$$

Конструктивно решение. Функция за преходите - *walk*

$walk : Q \times \Gamma^* \longrightarrow P \cup Q$

- $|\gamma| \leq 1$,

$$walk(q, \gamma) = q$$

- ако $\gamma = b\gamma'$ и $d(q, b, 1) \in P$, то

$$walk(q, \gamma) = d(q, b, 1).$$

Конструктивно решение. Функция за преходите - *walk*

$walk : Q \times \Gamma^* \longrightarrow P \cup Q$

- $|\gamma| \leq 1$,
$$walk(q, \gamma) = q$$
- ако $\gamma = b\gamma'$ и $d(q, b, 1) \in P$, то
$$walk(q, \gamma) = d(q, b, 1).$$
- ако $\gamma = b\gamma'$ и $d(q, b, 1) \in Q$, то
$$walk(q, b\gamma') = walk(d(q, b, 1), \gamma').$$

Конструктивно решение. Функция за преходите - *rest*

$rest : Q \times \Gamma^* \to \Gamma^*$

- $|\gamma| \leq 1$,

$$rest(q, \gamma) = \gamma$$

Конструктивно решение. Функция за преходите - *rest*

$rest : Q \times \Gamma^* \to \Gamma^*$

- $|\gamma| \leq 1$,
$$rest(q, \gamma) = \gamma$$
- ако $\gamma = b\gamma'$ и $d(q, b, 1) \in P$, то
$$rest(q, \gamma) = \gamma'.$$

Конструктивно решение. Функция за преходите - *rest*

$rest : Q \times \Gamma^* \to \Gamma^*$

- $|\gamma| \leq 1$,

$$rest(q, \gamma) = \gamma$$

- ако $\gamma = b\gamma'$ и $d(q, b, 1) \in P$, то

$$rest(q, \gamma) = \gamma'.$$

- ако $\gamma = b\gamma'$ и $d(q, b, 1) \in Q$, то

$$rest(q, b\gamma') = rest(d(q, b, 1), \gamma')$$

Конструктивно решение. Функция за преходите - *output*

$output : Q \times \Gamma^* \to \Omega^*$

- $|\gamma| \leq 1$,

$$output(q, \gamma) = \varepsilon$$

Конструктивно решение. Функция за преходите - *output*

$output : Q \times \Gamma^* \to \Omega^*$

- $|\gamma| \leq 1$,

$$output(q, \gamma) = \varepsilon$$

- ако $\gamma = b\gamma'$ и $d(q, b, 1) \in P$, то

$$output(q, \gamma) = out(q, b, 1).$$

Конструктивно решение. Функция за преходите - *output*

$output : Q \times \Gamma^* \to \Omega^*$

- $|\gamma| \leq 1$,
$$output(q, \gamma) = \varepsilon$$
- ако $\gamma = b\gamma'$ и $d(q, b, 1) \in P$, то
$$output(q, \gamma) = out(q, b, 1).$$
- ако $\gamma = b\gamma'$ и $d(q, b, 1) \in Q$, то
$$output(q, b\gamma') = out(q, b, 1)output(d(q, b, 1), \gamma')$$

Конструкция на $\widetilde{T}$

Подобно на Композицията отдясно!

-

$$Suf(\lambda) = \{\gamma \in \Gamma^* \mid \exists p \in P, \sigma \in \Sigma, \beta \in \Gamma^*, \text{ за които } \lambda(p,\sigma) = \beta \circ \gamma\}$$

Конструкция на $\widetilde{T}$

Подобно на Композицията отдясно!

- $$Suf(\lambda) = \{\gamma \in \Gamma^* \mid \exists p \in P, \sigma \in \Sigma, \beta \in \Gamma^*, \text{ за които } \lambda(p,\sigma) = \beta \circ \gamma\}$$
- $$Pref(out) = \{print(q,\gamma) \mid q \in Q, \gamma \in Suf(\lambda)\}.$$

Конструкция на $\widetilde{T}$. Състояния

- $\widetilde{P} = P \times Suf(\lambda) \times Pref(out)$.

Конструкция на $\widetilde{T}$. Състояния

- $\widetilde{P} = P \times Suf(\lambda) \times Pref(out)$.
- $\widetilde{Q} = Q \times \Gamma \cup \{\varepsilon\} \times Pref(out)$.

Конструкция на $\widetilde{T}$. Състояния

- $\widetilde{P} = P \times Suf(\lambda) \times Pref(out)$.
- $\widetilde{Q} = Q \times \Gamma \cup \{\varepsilon\} \times Pref(out)$.
- $\widetilde{(i)} =< i, \varepsilon, \varepsilon >$.

Конструкция на $\widetilde{T}.\widetilde{\Delta}$

$$\widetilde{\Delta}(<p,\gamma,\omega>,\sigma) = \begin{cases} <\Delta(p,\sigma),\gamma,\omega> \ \text{ако } \Delta(p,\sigma)\in P \\ <walk(q,\gamma), rest(q,\gamma), \omega\circ print(q,\gamma)>, \\ \text{където } q=\Delta(p,\sigma)\in Q. \\ \\ \neg! \text{ иначе.} \end{cases}$$

Функциите $ins_{0,1}$, $rep_{0,1}$ и $rep_{0,1} \circ ins_{0,1}$

- Функцията $ins_{0,1} : \{a, b\}^+ \longrightarrow \{a, b, 0, 1\}^*$,

Функциите $ins_{0,1}$, $rep_{0,1}$ и $rep_{0,1} \circ ins_{0,1}$

- Функцията $ins_{0,1} : \{a, b\}^+ \longrightarrow \{a, b, 0, 1\}^*$,
- $$ins_{0,1}\left(\prod_{i=0}^{k}(a^{m_i} b^{n_i})\right) = \prod_{i=0}^{k}(c_i a^{m_i} b^{n_i})0,$$
  $$c_i \equiv \sum_{j=i}^{k} m_j (\mod 2).$$

Функциите $ins_{0,1}$, $rep_{0,1}$ и $rep_{0,1} \circ ins_{0,1}$

- Функцията $rep_{0,1} : \{a, b, 0, 1\}^* \longrightarrow \{A, a, b\}^*$,

Функциите $ins_{0,1}$, $rep_{0,1}$ и $rep_{0,1} \circ ins_{0,1}$

- Функцията $rep_{0,1} : \{a, b, 0, 1\}^* \rightarrow \{A, a, b\}^*$,
- $$rep_{0,1}(c_i) = \begin{cases} \varepsilon, & \text{ако } c_i \in \{0, 1\} \\ \neg! \text{ иначе.} \end{cases}$$

Функциите $ins_{0,1}$, $rep_{0,1}$ и $rep_{0,1} \circ ins_{0,1}$

- Функцията $rep_{0,1} : \{a, b, 0, 1\}^* \rightarrow \{A, a, b\}^*$,
- $$rep_{0,1}(c_i) = \begin{cases} \varepsilon, & \text{ако } c_i \in \{0, 1\} \\ \neg! & \text{иначе.} \end{cases}$$
- $$rep_{0,1}(\alpha c \beta) = \begin{cases} \alpha_A \circ rep_{0,1}(\beta) & \text{ако } \alpha \in \{a, b\}^*, c = 1 \\ \alpha \circ rep_{0,1}(\beta) & \text{ако } \alpha \in \{a, b\}^*, c = 0 \\ \neg! & \text{иначе,} \end{cases}$$

α_A - $a \rightarrow A$.

Функциите $ins_{0,1}$, $rep_{0,1}$ и $rep_{0,1} \circ ins_{0,1}$

$$rep_{0,1}(ins_{0,1}\left(\prod_{i=0}^{k}(a^{m_i}b^{n_i})\right)) = \prod_{i=0}^{k}(c_i^{m_i}b^{n_i}),$$

където

$$c_i = A \Leftrightarrow \sum_{j=i+1}^{k} m_j \equiv 1 (\mod 2)$$

$$c_i = a \Leftrightarrow \sum_{j=i+1}^{k} m_j \equiv 0 (\mod 2).$$

Функцията $rep_{0,1} \circ ins_{0,1}$

Теорема $\nexists$ FIFO-трансдюсер T:

$$f_T = rep_{0,1} \circ ins_{0,1}.$$

Идея. Първи наблюдения

- Допускаме, че $\exists$ FIFO-трансдюсер T_1:

$$f_{T_1} = rep_{0,1} \circ ins_{0,1}.$$

Идея. Първи наблюдения

- Допускаме, че $\exists$ FIFO-трансдюсер T_1:

$$f_{T_1} = rep_{0,1} \circ ins_{0,1}.$$

-

$$\Rightarrow \exists \quad T =< \Sigma \times \Omega^*, (\Sigma \times P), P, Q, s, \Delta, d, \lambda, out, \phi, \psi >:$$

Идея. Първи наблюдения

- Допускаме, че $\exists$ FIFO-трансдюсер T_1:

$$f_{T_1} = rep_{0,1} \circ ins_{0,1}.$$

-

$$\Rightarrow \exists \quad T =< \Sigma \times \Omega^*, (\Sigma \times P), P, Q, s, \Delta, d, \lambda, out, \phi, \psi >:$$

-

$$\forall \quad p \in P, \forall \quad x \in \{a, b\}$$
$$\lambda(p, x) =< p, x >$$
$$f_T = rep_{0,1} \circ ins_{0,1}.$$

Идея. Първи наблюдения

Лема Нека $\alpha \in a^+\{a, b\}^*$ и

$$l = \max\{|out(q, < p, \sigma >)|, |\psi(q)|\}$$

Тогава:

- $$(s, \alpha, \varepsilon, \varepsilon) \vDash (p, \beta, \gamma, \omega)$$

Идея. Първи наблюдения

Лема Нека $\alpha \in a^{+}\{a, b\}^{*}$ и

$$l = \max\{|out(q, < p, \sigma >)|, |\psi(q)|\}$$

Тогава:

- $$(s, \alpha, \varepsilon, \varepsilon) \vDash (p, \beta, \gamma, \omega)$$
- $\Rightarrow \omega = \varepsilon$.

Идея. Първи наблюдения

Лема Нека $\alpha \in a^+\{a, b\}^*$ и

$$l = \max\{|out(q, < p, \sigma >)|, |\psi(q)|\}$$

Тогава:

- $$(s, \alpha, \varepsilon, \varepsilon) \models (p, \beta, \gamma, \omega)$$
- $\Rightarrow \omega = \varepsilon.$
- $$(s, \alpha, \varepsilon, \varepsilon) \models (p_0, \varepsilon, \gamma_0, \omega_0)$$

Идея. Първи наблюдения

Лема Нека $\alpha \in a^+\{a,b\}^*$ и

$$l = \max\{|out(q, < p, \sigma >)|, |\psi(q)|\}$$

Тогава:

- $$(s, \alpha, \varepsilon, \varepsilon) \models (p, \beta, \gamma, \omega)$$
- $\Rightarrow \omega = \varepsilon$.
- $$(s, \alpha, \varepsilon, \varepsilon) \models (p_0, \varepsilon, \gamma_0, \omega_0)$$
- $\Rightarrow l(|\gamma_0| + 1) \geq |\alpha|$.

Доказателство. Идея

Полагаме:

- $$l = \max\{|out(q, < p, \sigma >)|, |\psi(q)|\}$$

Доказателство. Идея

Полагаме:

- $$l = \max\{|out(q, < p, \sigma >)|, |\psi(q)|\}$$
- $$M = (l + 1)|Q| + 1.$$

Доказателство. Идея

Полагаме:

- $$l = \max\{|out(q, < p, \sigma >)|, |\psi(q)|\}$$
- $$M = (l+1)|Q| + 1.$$
- Дефинираме $\{m_i\}_{i=0}^{M}$:

$$m_M = 1$$

$$m_{i-1} = l\left(\sum_{j=i}^{M}(m_j + 1) + 1\right) \text{ за всяко } M \geq i \geq 1.$$

Доказателство. Идея

Полагаме:

- $\{\alpha_j\}_{j=1}^{M}$:

$$\alpha_j = \left(\prod_{i=0}^{j-1} a^{2m_i} b\right) a^{2m_j+1} \left(\prod_{i=j+1}^{M} ba^{2m_i}\right).$$

Доказателство. Идея

Накрая

- γ_j, $p_j \in P$:

$$< s, \alpha_j, \varepsilon, \varepsilon > \models < p_j, \varepsilon, \gamma_j, \varepsilon >$$

Доказателство. Идея

Накрая

- γ_j, $p_j \in P$:

$$< s, \alpha_j, \varepsilon, \varepsilon > \models < p_j, \varepsilon, \gamma_j, \varepsilon >$$

- $\forall r \ \gamma_{j,r}$

$\gamma_{j,r}$ наставка на γ_j

$$|\gamma_{j,r}| = r\frac{2m_0}{l}$$

Доказателство. Идея

Накрая

- γ_j, $p_j \in P$:

$$< s, \alpha_j, \varepsilon, \varepsilon > \models < p_j, \varepsilon, \gamma_j, \varepsilon >$$

- $\forall r\ \gamma_{j,r}$

$\gamma_{j,r}$ наставка на γ_j

$$|\gamma_{j,r}| = r\frac{2m_0}{l}$$

- $\forall r\ q_{j,r} \in Q, \omega_{j,r} \in \Omega^*$:

$$< \phi(p_j), \varepsilon, \gamma_j, \varepsilon > \models < q_{j,r}, \varepsilon, \gamma_{j,r}, \omega_{j,r} >$$

Наблюдение

- $$i < j \quad !\gamma_{j,r} \quad \& \quad !\gamma_{i,r} \Rightarrow$$
  $\gamma_{j,r}$ и $\gamma_{i,r}$съвпадат в първите се

Наблюдение

- $$i < j \quad !\gamma_{j,r} \quad \& \quad !\gamma_{i,r} \Rightarrow$$
  $\gamma_{j,r}$ и $\gamma_{i,r}$съвпадат в първите се
- $$r\frac{2m_0}{l} - \sum_{k=i+1}^{M}(2m_k + 1)$$
  символа!

Въпроси?

Въпроси?

Анотация

- Клас от рационални функции, за които съществува FIFO-трансдюсер

Анотация

- Клас от рационални функции, за които съществува FIFO-трансдюсер
- Регулярни правила за заместване. Достатъчни условия, за да строим FIFO-трансдюсери за тях!

Анотация

- Клас от рационални функции, за които съществува FIFO-трансдюсер
- Регулярни правила за заместване. Достатъчни условия, за да строим FIFO-трансдюсери за тях!
- Достатъчни условия за композиция на такива правила!