Устен изпит по ДС и ДМА
спец. ИС и МИ 27.01.16
ВАРИАНТ А

Задача 1. Нека $B \subseteq U$ и f е функция от U в U. Нека $\mathcal{A}$, получено индуктивно от B, по правилото f, т.е. $\mathcal{A} = \bigcup_{n \in \mathbb{N}} B_n$, където $B_0 = B$, & $B_{n+1} = B_n \cup \{f(x) \mid x \in B_n\}$. Докажете, че $\mathcal{A}$ е най-малкото множество по отношение на релацията $\subseteq$, което съдържа B и е затворено по отношение на f. Намерете $\mathcal{A}$, за $B = \{3\}, U = \mathbb{N}$ и $f(n) = 3n + 3$.

Задача 2. Нека A е множество и R е релация над A. Дефинирайте обратната релация R^{-1} на R. Покажете, че R е симетрична, точно тогава, когато $R^{-1} \subseteq R$. За релацията $R = \{(n, m) \mid n = m + 1, n, m \in \mathbb{Z}\}$ проверете дали е симетрична.

Задача 3. Дефинирайте кога едно множество е изброимо. Докажете, че едно множество A е изброимо, точно тогава, когато съществува инекция $f : A \to \mathbb{N}$. Покажете, че $2^{\mathbb{N}}$ не е изброимо.

Задача 4. Дефинирайте представяне на булева функция с полином на Жегалкин. Докажете, че всяка булева функция се представя с единствен полином на Жегалкин.

Пожелаваме Ви успех:
Екипът.

Устен изпит по ДС и ДМА
спец. ИС и МИ 27.01.16
ВАРИАНТ Б

Задача 1. Нека A е множество с n елемента, $n \in \mathbb{N}$.
а) Дефинирайте степенното множество 2^A на A.
б) Докажете че 2^A има 2^n елемента.
в) Ако B е множество с m елемента, $m \in \mathbb{N}$, то вярно ли е винаги, че $|2^{A \cup B}| = 2^n + 2^m$?

Задача 2. Нека A е множество и R и S са релации в A. Дефинирайте композицията $R \circ S$ на R и S. Докажете, че R е транзитивна, точно тогава, когато $R \circ R \subseteq R$. За релацията $R = \{(n, m) \mid n = m + 1, n, m \in \mathbb{Z}\}$ проверете дали R е транзитивна.

Задача 3. а) Докажете, че изброимо обединение на изброими множества е изброимо.
б) Покажете, че $\mathbb{N}$ не е равномощно с $2^{\mathbb{N}}$.

Задача 4. Дефинирайте съвършена дизюнктивна форма на булева функция. Докажете, че всяка булева функция, без константата нула се представя в съвършена дизюнктивна нормална форма.

Пожелаваме Ви успех:
Екипът.

Устен изпит по ДС и ДМА
спец. ИС и МИ 27.01.16
ВАРИАНТ В

Задача 1. Нека $B \subseteq U$ и f е функция от U в U. Нека $\mathcal{A}$, получено индуктивно от B, по правилото f, т.е. $\mathcal{A} = \bigcup_{n \in \mathbb{N}} B_n$, където $B_0 = B$, & $B_{n+1} = B_n \cup \{f(x) \mid x \in B_n\}$. Докажете, че $\mathcal{A}$ е най-малкото множество по отношение на релацията $\subseteq$, което съдържа B и е затворено по отношение на f. Намерете $\mathcal{A}$, за $B = \{3\}, U = \mathbb{N}$ и $f(n) = 3n + 3$.

Задача 2. Нека A е множество и R е релация над A. Дефинирайте обратната релация R^{-1} на R. Покажете, че R е симетрична, точно тогава, когато $R^{-1} \subseteq R$. За релацията $R = \{(n, m) \mid n = m + 1, n, m \in \mathbb{Z}\}$ проверете дали е симетрична.

Задача 3. Дефинирайте кога едно множество е изброимо. Докажете, че едно множество A е изброимо, точно тогава, когато съществува инекция $f : A \to \mathbb{N}$. Покажете, че $2^{\mathbb{N}}$ не е изброимо.

Задача 4. Дефинирайте представяне на булева функция с полином на Жегалкин. Докажете, че всяка булева функция се представя с единствен полином на Жегалкин.

Пожелаваме Ви успех:
Екипът.

Устен изпит по ДС и ДМА
спец. ИС и МИ 27.01.16
ВАРИАНТ Г

Задача 1. Нека A е множество с n елемента, $n \in \mathbb{N}$.
а) Дефинирайте степенното множество 2^A на A.
б) Докажете че 2^A има 2^n елемента.
в) Ако B е множество с m елемента, $m \in \mathbb{N}$, то вярно ли е винаги, че $|2^{A \cup B}| = 2^n + 2^m$?

Задача 2. Нека A е множество и R и S са релации в A. Дефинирайте композицията $R \circ S$ на R и S. Докажете, че R е транзитивна, точно тогава, когато $R \circ R \subseteq R$. За релацията $R = \{(n, m) \mid n = m + 1, n, m \in \mathbb{Z}\}$ проверете дали R е транзитивна.

Задача 3. а) Докажете, че изброимо обединение на изброими множества е изброимо.
б) Покажете, че $\mathbb{N}$ не е равномощно с $2^{\mathbb{N}}$.

Задача 4. Дефинирайте съвършена дизюнктивна форма на булева функция. Докажете, че всяка булева функция, без константата нула се представя в съвършена дизюнктивна нормална форма.

Пожелаваме Ви успех:
Екипът.