тема	факултетен номер	група	поток	курс	спец.
A					
Име:					

Устен изпит по СЕП, 22.06.2024

1 зад. Нека $\mathcal{F}_1 = \{f \mid f\colon\ \mathbb{N} \multimap \mathbb{N}\}$.

а) Дайте определения за най-малка неподвижна точка и най-малка преднеподвижна точка на оператор $\Gamma\colon \mathcal{F}_1 \longrightarrow \mathcal{F}_1$. Докажете, че всяка неподвижна точка е и преднеподвижна точка на оператора.

б) Нека Γ е монотонен. Докажете, че ако f е най-малка преднеподвижна точка на Γ, то f е и най-малка неподвижна точка на Γ.

в) Дефинирайте кога едно свойство P в множеството $\mathcal{F}_1$ е непрекъснато и кога един оператор $\Gamma : \mathcal{F}_1 \longrightarrow \mathcal{F}_1$ е непрекъснат. Докажете, че ако Γ е непрекъснат, то е непрекъснато и следното свойство P:

$$P(f) \iff f \text{ е преднеподвижна точка на } \Gamma.$$

г) Дайте пример за оператор Γ, за който горното свойство P вече не е непрекъснато.

2 зад. Нека A е произволна азбука. Да означим

$$A^{\leqslant n} = \{u \mid u \in A^* \ \&\ |u| \leq n\}.$$

Релацията "е префикс" ($\preccurlyeq$) дефинираме по обичайния начин:

$$u \preccurlyeq v \iff \exists w\ uw = v.$$

а) Докажете, че наредената тройка $(A^{\leqslant n}, \preccurlyeq, \varepsilon)$ е област на Скот.

б) Нека $(\mathbb{N}_\perp, \sqsubseteq, \perp)$ е плоската област на Скот. Определете подходяща релация $\leqslant$ в декартовото произведение $A^{\leqslant n}\times \mathbb{N}_\perp$ и елемент X, така че наредената тройка $(A^{\leqslant n}\times \mathbb{N}_\perp, \leqslant, X)$ да е област на Скот (като, разбира се, докажете, че това е така).

в) Нека $f\colon A^{\leqslant n}\times \mathbb{N}_\perp \to A^{\leqslant n}\times \mathbb{N}_\perp$ е монотонна функция. Докажете, че f е непрекъсната.

3 зад. Нека S е следната стандартна програма над $\mathbb{N}$:

```
input(X); output(Y)
0: Y: = X; 1: Z: = 0; 2: if X = Z then go to 6 else go to 3;
3: Y: = Y + 1; 4: Z: = Z + 1; 5: go to 2; 6: stop.
```

а) По метода на опашковите функции определете рекурсивна програма R, еквивалентна на S.

б) Намерете явния вид на опашковите функции g_0 и g_1.

Успех!