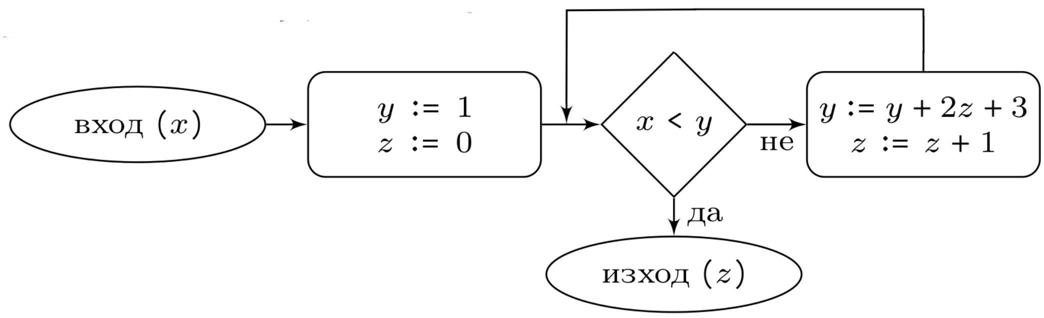
# Писмен изпит по СЕП, 16.06.2024

| вариант | ф. номер | група | поток | курс | специалност |
|---|---|---|---|---|---|
| **1** | | | | | |
| Име: | | | | | |




**Зад. 1.** Да се докаже, че горната блок-схема $P$ е тотално коректна относно входно условие: $I(x) \;\leftrightarrow\; x \in \mathbb{R} \;\&\; x \geq 0$ и изходно условие: $O(x,z) \;\leftrightarrow\; z = \lfloor \sqrt{x} \rfloor$.

**Зад. 2.** Нека операторът $\Gamma : \mathcal{F}_2 \to \mathcal{F}_2$ е дефиниран по следния начин:

$$\Gamma(f)(x,y) \simeq \begin{cases} 0, & \text{ако } x = 0 \;\&\; y = 0 \\ f(y-1,0)+1, & \text{ако } x = 0 \;\&\; y > 0 \\ f(x-1,y+1)+1, & \text{ако } x > 0. \end{cases}$$

Да се докаже, че:

(а) $\Gamma$ е непрекъснат;

(б) за най-малката неподвижна точка $f_\Gamma$ на $\Gamma$ е изпълнено, че:

$$(\forall x, y \in \mathbb{N})\Big[!f_\Gamma(x,y) \;\to\; f_\Gamma(x,y) \simeq \frac{(x+y)(x+y+1)}{2} + x\Big];$$

(в) $f_\Gamma$ е тотална функция.

**Зад. 3.** Нека $R$ е следната рекурсивна програма в типа данни $Nat$:

```
F(X,2.F(X,2)+1) where
F(X,Y) = if X<Y then 0 else F(G(X,Y),Y) + 1
G(X,Y) = if X==Y then 0 else G(X,Y+1) + 1
```

Да се докаже, че:

$$(\forall x \in \mathbb{N})\big[x \equiv 0(\text{mod}2) \;\&\; !\mathcal{D}_V(R)(x) \;\to\; \mathcal{D}_V(R)(x) = 0\big].$$

**Зад. 4.** Нека prime$(x)$ е предикатът в $\mathbb{N}$, който казва, че $x$ е просто число. За следната рекурсивна програма $R$ в типа данни $Nat$:

```
F(X,6) where
F(X,Y) = if prime(X) then X+1 else F(X+2,F(X,Y+2))
```

да се определи дали $D_V(R) = D_N(R)$.

**Успех! :)**