вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
1					
Име:					

Второ контролно по СЕП
17.12.2016 г.

Зад. 1. Да разгледаме оператора $\Gamma : \mathcal{F}_1 \to \mathcal{F}_1$, където:

$$\Gamma(f)(x) \simeq \begin{cases} x - 3, & \text{ако } x > 42 \\ f(f(x+3)) + 1, & \text{иначе.} \end{cases}$$

а) Докажете, че операторът Γ е компактен. (**2 т.**)

б) Докажете, че свойството

$$P(f) \equiv (\forall x \in \mathbb{N})[!f(x) \implies f(x) \geq 40]$$

е непрекъснато. (**2 т.**)

в) Докажете, че $(\forall x \in \mathbb{N})[!f_\Gamma(x) \implies f_\Gamma(x) \geq 40]$, където с f_Γ означаваме най-малката неподвижна точка на Γ. (**2 т.**)

Зад. 2. а) Да се даде пример за оператор $\Gamma : \mathcal{F}_1 \to \mathcal{F}_1$, който има безкрайно много неподвижни точки, всяка от които е крайна функция, и няма най-малка неподвижна точка. (**2 т.**)

б) Възможно ли е да съществува оператор $\Gamma : \mathcal{F}_1 \to \mathcal{F}_1$, който има безкрайно много неподвижни точки и има най-малка неподвижна точка, която е тотална функция? Обосновете отговора си! (**2 т.**)

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
2					
Име:					

Второ контролно по СЕП
17.12.2016 г.

Зад. 1. Да разгледаме оператора $\Gamma : \mathcal{F}_1 \to \mathcal{F}_1$, където:

$$\Gamma(f)(x) \simeq \begin{cases} x/3, & \text{ако } x \equiv 0 \bmod 3 \\ f(f(3x-1)), & \text{иначе.} \end{cases}$$

а) Докажете, че операторът Γ е компактен. (**2 т.**)

б) Докажете, че свойството

$$P(f) \equiv (\forall x \in \mathbb{N})[!f(x) \implies f(x) \leq x/3]$$

е непрекъснато. (**2 т.**)

в) Докажете, че $(\forall x \in \mathbb{N})[!f_\Gamma(x) \implies f_\Gamma(x) \leq x/3]$, където с f_Γ означаваме най-малката неподвижна точка на Γ. (**2 т.**)

Зад. 2. а) Да се даде пример за оператор $\Gamma : \mathcal{F}_1 \to \mathcal{F}_1$, който има три неподвижни точки, две от които са тотални функции, и една, която е крайна функция и е най-малка неподвижна точка на Γ. (**2 т.**)

б) За произволен оператор $\Gamma : \mathcal{F}_n \to \mathcal{F}_n$, да означим

$$\texttt{Fixed}(\Gamma) = \{f \in \mathcal{F}_n \mid \Gamma(f) = f\}.$$

Вярно ли е, че ако $\Gamma \subseteq \Delta$, то $\texttt{Fixed}(\Gamma) \subseteq \texttt{Fixed}(\Delta)$? Обосновете отговора си! (**2 т.**)

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
1					
Име:					

Второ контролно по СЕП
17.12.2016 г.

Зад. 1. Да разгледаме оператора $\Gamma : \mathcal{F}_1 \to \mathcal{F}_1$, където:

$$\Gamma(f)(x) \simeq \begin{cases} x - 3, & \text{ако } x > 42 \\ f(f(x+3)) + 1, & \text{иначе.} \end{cases}$$

а) Докажете, че операторът Γ е компактен. (**2 т.**)

б) Докажете, че свойството

$$P(f) \equiv (\forall x \in \mathbb{N})[!f(x) \implies f(x) \geq 40]$$

е непрекъснато. (**2 т.**)

в) Докажете, че $(\forall x \in \mathbb{N})[!f_\Gamma(x) \implies f_\Gamma(x) \geq 40]$, където с f_Γ означаваме най-малката неподвижна точка на Γ. (**2 т.**)

Зад. 2. а) Да се даде пример за оператор $\Gamma : \mathcal{F}_1 \to \mathcal{F}_1$, който има безкрайно много неподвижни точки, всяка от които е крайна функция, и няма най-малка неподвижна точка. (**2 т.**)

б) Възможно ли е да съществува оператор $\Gamma : \mathcal{F}_1 \to \mathcal{F}_1$, който има безкрайно много неподвижни точки и има най-малка неподвижна точка, която е тотална функция? Обосновете отговора си! (**2 т.**)

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
2					
Име:					

Второ контролно по СЕП
17.12.2016 г.

Зад. 1. Да разгледаме оператора $\Gamma : \mathcal{F}_1 \to \mathcal{F}_1$, където:

$$\Gamma(f)(x) \simeq \begin{cases} x/3, & \text{ако } x \equiv 0 \bmod 3 \\ f(f(3x-1)), & \text{иначе.} \end{cases}$$

а) Докажете, че операторът Γ е компактен. (**2 т.**)

б) Докажете, че свойството

$$P(f) \equiv (\forall x \in \mathbb{N})[!f(x) \implies f(x) \leq x/3]$$

е непрекъснато. (**2 т.**)

в) Докажете, че $(\forall x \in \mathbb{N})[!f_\Gamma(x) \implies f_\Gamma(x) \leq x/3]$, където с f_Γ означаваме най-малката неподвижна точка на Γ. (**2 т.**)

Зад. 2. а) Да се даде пример за оператор $\Gamma : \mathcal{F}_1 \to \mathcal{F}_1$, който има три неподвижни точки, две от които са тотални функции, и една, която е крайна функция и е най-малка неподвижна точка на Γ. (**2 т.**)

б) За произволен оператор $\Gamma : \mathcal{F}_n \to \mathcal{F}_n$, да означим

$$\texttt{Fixed}(\Gamma) = \{f \in \mathcal{F}_n \mid \Gamma(f) = f\}.$$

Вярно ли е, че ако $\Gamma \subseteq \Delta$, то $\texttt{Fixed}(\Gamma) \subseteq \texttt{Fixed}(\Delta)$? Обосновете отговора си! (**2 т.**)

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
1					
Име:					

Второ контролно по СЕП
17.12.2016 г.

Зад. 1. Да разгледаме оператора $\Gamma : \mathcal{F}_1 \to \mathcal{F}_1$, където:

$$\Gamma(f)(x) \simeq \begin{cases} x - 3, & \text{ако } x > 42 \\ f(f(x+3)) + 1, & \text{иначе.} \end{cases}$$

а) Докажете, че операторът Γ е компактен. (**2 т.**)

б) Докажете, че свойството

$$P(f) \equiv (\forall x \in \mathbb{N})[!f(x) \implies f(x) \geq 40]$$

е непрекъснато. (**2 т.**)

в) Докажете, че $(\forall x \in \mathbb{N})[!f_\Gamma(x) \implies f_\Gamma(x) \geq 40]$, където с f_Γ означаваме най-малката неподвижна точка на Γ. (**2 т.**)

Зад. 2. а) Да се даде пример за оператор $\Gamma : \mathcal{F}_1 \to \mathcal{F}_1$, който има безкрайно много неподвижни точки, всяка от които е крайна функция, и няма най-малка неподвижна точка. (**2 т.**)

б) Възможно ли е да съществува оператор $\Gamma : \mathcal{F}_1 \to \mathcal{F}_1$, който има безкрайно много неподвижни точки и има най-малка неподвижна точка, която е тотална функция? Обосновете отговора си! (**2 т.**)

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
2					
Име:					

Второ контролно по СЕП
17.12.2016 г.

Зад. 1. Да разгледаме оператора $\Gamma : \mathcal{F}_1 \to \mathcal{F}_1$, където:

$$\Gamma(f)(x) \simeq \begin{cases} x/3, & \text{ако } x \equiv 0 \bmod 3 \\ f(f(3x-1)), & \text{иначе.} \end{cases}$$

а) Докажете, че операторът Γ е компактен. (**2 т.**)

б) Докажете, че свойството

$$P(f) \equiv (\forall x \in \mathbb{N})[!f(x) \implies f(x) \leq x/3]$$

е непрекъснато. (**2 т.**)

в) Докажете, че $(\forall x \in \mathbb{N})[!f_\Gamma(x) \implies f_\Gamma(x) \leq x/3]$, където с f_Γ означаваме най-малката неподвижна точка на Γ. (**2 т.**)

Зад. 2. а) Да се даде пример за оператор $\Gamma : \mathcal{F}_1 \to \mathcal{F}_1$, който има три неподвижни точки, две от които са тотални функции, и една, която е крайна функция и е най-малка неподвижна точка на Γ. (**2 т.**)

б) За произволен оператор $\Gamma : \mathcal{F}_n \to \mathcal{F}_n$, да означим

$$\texttt{Fixed}(\Gamma) = \{f \in \mathcal{F}_n \mid \Gamma(f) = f\}.$$

Вярно ли е, че ако $\Gamma \subseteq \Delta$, то $\texttt{Fixed}(\Gamma) \subseteq \texttt{Fixed}(\Delta)$? Обосновете отговора си! (**2 т.**)