Име:	

КОНТРОЛНО ПО СЕП
спец. Информатика
05.06.2008 г.

Задача 1. Даден е операторът $\Gamma : \mathcal{F}_2 \to \mathcal{F}_2$, действащ по правилото

$$\Gamma(f)(x,y) \simeq \begin{cases} y, & x = 0 \\ f(x-1,1) + sg(x-1), & x > 0, y = 0 \\ f(x-1, f(x-1, y-1)) + 1, & \text{иначе} \end{cases}$$

$sg(0) = 0; sg(x) = 1$ за $x > 0$ Да се докаже, че:
а) операторът Γ е компактен;
б) $\forall a \forall b\, (!f_\Gamma(a,b) \implies f_\Gamma(a,b) \geqq max(x,y))$, където f_Γ е най-малката неподвижна точка на оператора Γ. **Задача 2.**

Дадена е рекурсивната програма R над типа **Nat**, където R е

$F(X,1,0)$, where
$F(X,Y,S) =$ if $X = 0$ then S
else $F(X-1, 2Y, G(Y,S))$
$G(Y,S) =$ if $S = 0$ then Y
else $G(Y+1, S-1)$

Да се докаже, че

$$\forall a\, (!D_V(R)(a) \implies D_V(R)(a) \simeq 2^a - 1).$$

Задача 3. Дадена е рек програма R над типа **Nat**:

$F(X,X)$, where
$F(X,Y) =$ if $X \leqq 1$ then 1
else if $Y \equiv 0 \pmod 2$ then $F(\frac{X}{2}, F(X,Y))$
else $F(\frac{X-1}{2}, F(X,Y)) + 1$

Да се докаже, че $D_V(R) \neq D_N(R)$.

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
3					
Име:					

КОНТРОЛНО ПО СЕП
спец. Информатика
05.06.2008 г.

Задача 1. Даден е операторът $\Gamma : \mathcal{F}_2 \to \mathcal{F}_2$, действащ по правилото

$$\Gamma(f)(x,y) \simeq \begin{cases} 0, & y = 0 \\ f(1,y-1) + 1, & y > 0, x = 0 \\ f(f(x-1,y), y-1) + 1, & \text{иначе} \end{cases}$$

Да се докаже, че:
а) операторът Γ е компактен;
б) $\forall a \forall b\, (!f_\Gamma(a,b) \implies f_\Gamma(a,b) \geqq min(x,y))$, където f_Γ е най-малката неподвижна точка на оператора Γ. **Задача 2.**

Дадена е рекурсивната програма R над типа **Nat**, където R е

$F(X,1,1)$, where
$F(X,Y,S) =$ if $X = 0$ then S
else $F(X-1, 2Y, G(Y,S))$
$G(Y,S) =$ if $S = 0$ then 0
else $G(Y, S-1) + Y$

Да се докаже, че

$$\forall a\, (!D_V(R)(a) \implies D_V(R)(a) \simeq 2^{2^a - 1}).$$

Задача 3. Дадена е рек. програма R над типа **Nat**:

$F(X,X)$, where
$F(X,Y) =$ if $X \leqq 1$ then 1
else if $Y \equiv 0 \pmod 2$ then $F(\frac{X}{2}, F(X,Y)) + 1$
else $F(\frac{X-1}{2}, F(X,Y))$

Да се докаже, че $D_V(R) \neq D_N(R)$.

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
4					
Име:					

КОНТРОЛНО ПО СЕП
спец. Информатика
05.06.2008 г.

Задача 1. Даден е операторът $\Gamma : \mathcal{F}_2 \to \mathcal{F}_2$, действащ по правилото

$$\Gamma(f)(x,y) \simeq \begin{cases} y, & x = 0 \\ f(x-1,1) + sg(x-1), & x > 0, y = 0 \\ f(x-1, f(x-1, y-1)) + 1, & \text{иначе} \end{cases}$$

$sg(0) = 0; sg(x) = 1$ за $x > 0$ Да се докаже, че:
а) операторът Γ е компактен;
б) $\forall a \forall b\, (!f_\Gamma(a,b) \implies f_\Gamma(a,b) \geqq max(x,y))$, където f_Γ е най-малката неподвижна точка на оператора Γ. **Задача 2.**

Дадена е рекурсивната програма R над типа **Nat**, където R е

$F(X,1,0)$, where
$F(X,Y,S) =$ if $X = 0$ then S
else $F(X-1, 2Y, G(Y,S))$
$G(Y,S) =$ if $S = 0$ then Y
else $G(Y+1, S-1)$

Да се докаже, че

$$\forall a\, (!D_V(R)(a) \implies D_V(R)(a) \simeq 2^a - 1).$$

Задача 3. Дадена е рек. програма R над типа **Nat**:

$F(X,X)$, where
$F(X,Y) =$ if $X \leqq 1$ then 1
else if $Y \equiv 0 \pmod 2$ then $F(\frac{X}{2}, F(X,Y))$
else $F(\frac{X-1}{2}, F(X,Y)) + 1$

Да се докаже, че $D_V(R) \neq D_N(R)$.

Име:	

КОНТРОЛНО ПО СЕП
спец. Информатика
05.06.2008 г.

Задача 1. Даден е операторът $\Gamma : \mathcal{F}_2 \to \mathcal{F}_2$, действащ по правилото

$$\Gamma(f)(x,y) \simeq \begin{cases} 0, & y = 0 \\ f(1,y-1) + 1, & y > 0, x = 0 \\ f(f(x-1,y), y-1) + 1, & \text{иначе} \end{cases}$$

Да се докаже, че:
а) операторът Γ е компактен;
б) $\forall a \forall b\, (!f_\Gamma(a,b) \implies f_\Gamma(a,b) \geqq min(x,y))$, където f_Γ е най-малката неподвижна точка на оператора Γ. **Задача 2.**

Дадена е рекурсивната програма R над типа **Nat**, където R е

$F(X,1,1)$, where
$F(X,Y,S) =$ if $X = 0$ then S
else $F(X-1, 2Y, G(Y,S))$
$G(Y,S) =$ if $S = 0$ then 0
else $G(Y, S-1) + Y$

Да се докаже, че

$$\forall a\, (!D_V(R)(a) \implies D_V(R)(a) \simeq 2^{2^a - 1}).$$

Задача 3. Дадена е рек. програма R над типа **Nat**:$F(X,X)$, where
$F(X,Y) =$ if $X \leqq 1$ then 1
else if $Y \equiv 0 \pmod 2$ then $F(\frac{X}{2}, F(X,Y)) + 1$
else $F(\frac{X-1}{2}, F(X,Y))$

Да се докаже, че $D_V(R) \neq D_N(R)$.