

Устен изпит по Изчислимост и сложност, 05.02.2026

Зад. 1. а) Кажете кога едно множество $A \subseteq \mathbb{N}^2$ е разрешимо.

б) Формулирайте максимално много свойства на разрешимите подмножества на \mathbb{N}^2 .

в) Докажете три от тези свойства.

Зад. 2. Нека $\mathcal{K} \subseteq \mathcal{F}_2$ е клас от **двуместни** изчислими функции.

а) Дайте определение за универсална функция за класа \mathcal{K} .

б) Нека \mathcal{R}_2 е класът на всички двуместни рекурсивни функции. Докажете, че \mathcal{R}_2 няма универсална функция.

Зад. 3. а) Кажете кога едно множество $A \subseteq \mathbb{N}^2$ е полуразрешимо.

б) Нека $A \subseteq \mathbb{N}^2$ е полуразрешимо. Докажете, че съществува разрешимо множество $B \subseteq \mathbb{N}^3$, такова че

$$A = \{ (x, y) \mid \exists z (x, y, z) \in B \}.$$

в) Докажете, че двуместната функция f е изчислима тогава и само тогава, когато графиката ѝ е полуразрешимо множество.

Забележка: За последните две подточки имате право да използвате само определението от подточка а) и факта, че следната функция $Q_n(a, x_1, \dots, x_n, t)$ е рекурсивна:

$Q_n(a, \bar{x}, t) \stackrel{\text{деф}}{=} \text{кодът на конфигурацията след } t \text{ такта}$
от работата на P_a върху \bar{x} .

Успех! 😊