

Писмен изпит по Изчислимост и сложност, 03.02.2026

Зад. 1. Докажете, че са примитивно рекурсивни:

а) функцията $root(n, x) = \begin{cases} \lfloor \sqrt[n]{x} \rfloor, & \text{ако } n > 1 \\ 0, & \text{ако } n = 0 \vee n = 1; \end{cases}$

б) предикатът

$$p(i, c, x) \iff c \text{ е } i\text{-тата цифра в десетичния запис на } x.$$

Зад. 2. Определете сложността на всяко от изброените по-долу множества – разрешимо, полуразрешимо, но неразрешимо или неполуразрешимо (с обосновка, разбира се):

а) $A = \{(a, x) \mid !\varphi_a(x) \ \& \ \varphi_a(x) \text{ е четно}\};$

б) $B = \{a \mid \exists x \varphi_a(x) \simeq 10\};$

в) $C = \{a \mid \exists x \neg !\varphi_a(x)\};$

г) $D = \{a \mid \forall x (!\varphi_a(x) \ \& \ \varphi_a(x) \text{ е четно})\}.$

Зад. 3. Докажете, че съществуват естествени числа a и b , такива че:

а) $\varphi_a(x) = \begin{cases} 0, & \text{ако } P_x(x) \text{ спира за точно } a \text{ стъпки} \\ 1, & \text{в противен случай;} \end{cases}$

б) $W_b = \{x \mid P_x(x) \text{ спира за най-много } b \text{ стъпки}\}.$

Успех! 😊