

## СЕМАНТИЧЕН ЕФЕКТ НА ЗАМЕСТВАНЕТО НА ПРОМЕНЛИВА В ТЕРМ

Нека са дадени една променлива  $\xi_0$ , един терм  $\tau_0$  и една структура  $S$ . Да разгледаме следното преобразуване на оценки в  $S$  на променливите: ако  $v$  е произволна такава оценка, тя се преобразува в оценката  $v[\xi_0 := \tau_0^{S,v}]$ , т.е. в онази оценка, която на променливата  $\xi_0$  съпоставя  $\tau_0^{S,v}$ , а за всички останали променливи съвпада с  $v$ . Това преобразуване ще наричаме *стойносттаване на  $\xi_0$  в  $S$  чрез  $\tau_0$*  или още *оператор за присвояване в  $S$ , съответен на заместването на  $\xi_0$  с  $\tau_0$* . Въпросното преобразуване на оценки ще означаваме с  $[\xi_0 := \tau_0]^S$ . Резултата  $v[\xi_0 := \tau_0^{S,v}]$  от прилагането му към дадена оценка  $v$  ще означаваме с  $v[\xi_0 := \tau_0]^S$ .

**Забележка 1.** Току-що разгледаното преобразуване на оценки е аналогично на действието на оператор за присвояване в смисъл на програмирането. Програма, в която се използват такива оператори, има определен брой променливи и кое да е текущо състояние на нейното изпълнение може да бъде сравнено с оценка на променливите, защото се характеризира чрез стойностите им при това състояние. Когато при дадено текущо състояние на изпълнението бъде изпълнен някой оператор за присвояване  $\xi_0 := \tau_0$  (където  $\xi_0$  е променлива на програмата, а  $\tau_0$  е някакъв израз), резултатът е преобразуване на текущото състояние по начин, аналогичен на разгледания по-горе. А именно всички променливи с изключение на променливата  $\xi_0$  запазват стойностите си, докато тя пък придобива като нова стойност стойността, която е имал изразът  $\tau_0$  при даденото текущо състояние.

Следното твърдение посочва една съществена връзка на въведеното преобразуване със заместването на променлива в терм.

**Теорема за семантичния ефект на заместването на променлива в терм.** Нека са дадени една променлива  $\xi_0$ , един терм  $\tau_0$  и една структура  $S$ . Тогава за всеки терм  $\tau$  и всяка оценка  $v$  в  $S$  на променливите е в сила равенството

$$([\xi_0/\tau_0]\tau)^{S,v} = \tau^{S,v[\xi_0 := \tau_0]^S}.$$

*Доказателство.* Използуваме индукция относно построението на терма  $\tau$ . Ако той е някоя константа  $a$ , равенството от заключението на теоремата е вярно, защото и двете му страни са равни на  $a^S$ . Ако  $\tau$  е променливата  $\xi_0$ , те и двете са равни на  $\tau_0^{S,v}$ , а ако е някоя друга променлива  $\xi$ , и двете страни са равни на  $v(\xi)$ . От друга страна не е трудно да се провери, че равенството ще бъде вярно и ако  $\tau$  има вида  $f(\tau_1, \dots, \tau_n)$  за някой  $n$ -местен функционален символ  $f$  и някои термове  $\tau_1, \dots, \tau_n$ , за които са в сила равенствата

$$([\xi_0/\tau_0]\tau_i)^{S,v} = \tau_i^{S,v[\xi_0 := \tau_0]^S}, \quad i = 1, \dots, n.$$

**Забележка 2.** Ако при предположенията на доказаната теорема наречем термовете  $\tau$  и  $[\xi_0/\tau_0]\tau$  и оценките  $v$  и  $v[\xi_0 := \tau_0]^S$  съответно *стария терм*, *новия терм*, *старата оценка* и *новата оценка*, то, пропускайки споменаването на структурата  $S$ , можем да изкажем равенството от заключението на теоремата по следния начин: стойността на новия терм при старата оценка е равна на стойността на стария терм при новата оценка.

Последно изменение: 6.11.2002 г.