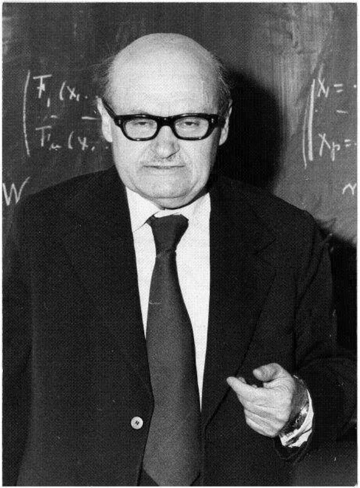
100 години от рождението на професор Ярослав Тагамлицки

Димитър Скордев

Софийски университет
Факултет по математика и информатика

skordev@fmi.uni-sofia.bg

Четиридесет и шеста пролетна конференция на СМБ
Боровец, 9–13 април, 2017



Ярослав-Роман Тагамлицки

1917 **роден на 11 септември в гр. Армавир, Русия**

1921 **преселване в България**

1936 **завършва средно образование във Втора мъжка гимназия – София**

1940 **завършва математика в Софийския университет**

1942-1943 **специализация и докторат в Лайпцигския университет**

1945 **асистент към катедрата по диференциално и интегрално смятане в Софийския университет**

1947 **частен доцент към същата катедра, награда за наука от Комитета за наука, изкуство и култура**

1949 **редовен доцент**

1952 **Димитровска награда за наука**

1954 **професор и ръководител на катедрата**

1958 **доктор на физико-математическите науки**

1961 **член-кореспондент на БАН**

1982 **звание „Заслужил деятел на науката“**

1983 **починал на 28 ноември в София**

Бащата на Ярослав Тагамлицки
инж. Александър Михайлович Тагамлицки
(1881 — 1945)

Майката на Ярослав Тагамлицки
Вера Леонидовна Тагамлицкая
(род. Чьорная) (1894 — 1976)

Ярослав Тагамлицки — ученик
в IV гимназиален клас

Ярослав Тагамлицки — ученик
в VII гимназиален клас

Родителите на Я. Тагамлицки. Снимката е направена около 1914 г.

$$\left|E_{p_k}\left(\frac{z}{a_k}\right)-1\right|<\left(\frac{R}{r_k}\right)^{p_k} \text{ и редътъ } \sum\left(\frac{R}{r_k}\right)^{p_k} \text{ е сходящъ.}$$

Забележка. Ако означимъ съ B_n броя на онѣзи членове на редицата (1), които сж $\leqq n$, то доказаната отъ насъ теорема може да се изрази още така:

За да бжде редицата (1) Вайерщрасова, необходимо и достатъчно е редицата

$$(4') \qquad B_1,\ \sqrt{B_2},\ \sqrt[3]{B_3},\ \ldots,\ \sqrt[n]{B_n},\ \ldots$$

да е ограничена.

И наистина, отъ една страна, лесно се вижда, че $B_n = A_1 + A_2 + \cdots + A_n$. Отъ друга страна, редицата (4) е ограничена тогава и само тогава, когато редътъ

$$f(z) = A_1 z + A_2 z^2 + \cdots$$

има положителенъ радиусъ на сходимость. Но въ такъвъ случай и редътъ

$$(1-z)^{-1} f(z) = B_1 z + B_2 z^2 + \cdots$$

има положителенъ радиусъ на сходимость, т. е. редицата (4′) е сжщо ограничена. Обратно, отъ ограничеността на редицата (4′) следва веднага сжщото и за редицата (4).

ЯРОСЛАВЪ ТАГАМЛИЦКИ

ЕДНО СВОЙСТВО НА СУМИРУЕМИТѢ ФУНКЦИИ ВЪ LEBESGUE'ОВЪ СМИСЪЛЪ

Нека редицата

$$f_1(x), f_2(x), \ldots, f_n(x), \ldots$$

отъ сумируеми функции въ измѣримия и ограниченъ ансамбълъ E да е сходяща и да клони къмъ сумируемата въ сжщия ансамбълъ функция $f(x)$.

Да означимъ съ e кой да е измѣримъ подансамбълъ на E.

Нека редицата

$$\int_e f_1(x)\,dx,\ \int_e f_2(x)\,dx, \ldots,\ \int_e f_n(x)\,dx, \ldots$$

да е сходяща и $J(e)$ да означава границата й.

Ние ще докажемъ следната теорема:

Необходимото и достатъчно условие, за да сжществува равенството

$$\int_e f(x)\,dx = J(e),$$

е функцията $J(e)$ да бжде абсолютно непрекжсната, т. е. да клони къмъ нула заедно съ $\mathrm{m}\,e$[1]).

[1]) $\mathrm{m}\,e$ означава Льобеговата мѣрка на ансамбъла e.

Необходимостьта на условието е очевидна вследствие на абсолютната непрекжснатость на интеграла. Сега ние ще установимъ, че условието е и достатъчно. За тази цель нека съ e_k означимъ онзи подансамбълъ на e, въ който

$$|f_n(x) - f(x)| \leqq \varepsilon$$

за всѣко $n \geqq k$, при това за $k > 1$

$$|f_{k-1}(k) - f(x)| > \varepsilon,$$

гдето ε означава едно отнапредъ избрано положително число. Очевидно ансамблитѣ e_k сж всичкитѣ измѣрими и нѣматъ обща точка. Отъ друга страна, като помнимъ, че $f_n(x)$ клони къмъ $f(x)$ и e_k сж *подансамбли* на e, то заключаваме, че $e = e_1 + e_2 + \ldots + e_k + \ldots$, а оттукъ:

$$\int_e f(x)\,dx - \int_e f_n(x)\,dx = \int_{e_1}\left[f(x) - f_n(x)\right]dx + \int_{e_2}\left[f(x) - f_n(x)\right]dx + \ldots$$

Следователно, за $n \geqq N$ имаме

$$\left|\int_e f(x)\,dx - \int_e f_n(x)\,dx\right| \leqq \varepsilon\,\mathrm{m}\,e + \left|\int_{e'} f(x)\,dx\right| + \left|\int_{e'} f_n(x)\,dx\right|,$$

гдето

$$e' = e_{N+1} + e_{N+2} + \ldots$$

Като оставимъ n да клони къмъ безкрайность (при постоянно N), намираме:

$$\left|\int_e f(x)\,dx - J(e)\right| \leqq \varepsilon\,\mathrm{m}\,e + \left|\int_{e'} f(x)\,dx\right| + |J(e')|.$$

Сега да оставимъ N да расте неограничено; тогава, като имаме предъ видъ, че $\mathrm{m}\,e' \to 0$, получаваме

$$\left|\int_e f(x) - J(e)\right| \leqq \varepsilon\,\mathrm{m}\,e,$$

отгдето следва веднага вѣрностьта на твърдението.

АЛЕКСАНДЪРЪ ИВАНОВЪ

ЕВОЛЮЦИЯ ВЪ ТЕОРИЯТА НА ВѢРОЯТНОСТИТѢ

Историята на математиката ни посочва голѣмитѣ придобивки, които последната е дала на човѣчеството, отъ появата си до днесъ. Нѣма область на човѣшкото знание, въ което тя да не е направила своя цененъ приносъ. Изобщо математиката се е развивала успоредно съ човѣшкия прогресъ. Всички знаятъ, каква важна роля е играла геометрията въ живота на старитѣ египтяни. И днесъ ние виждаме, че механиката и техниката сж добили ръстъ, който поразява. Въ тая насока човѣшкиятъ гений проявява такава прозорливость, че поразява обикновения човѣкъ.

Въ началото на настоящето столѣтие математиката навлѣзе въ область, въ която доминира случайностьта и която се смѣташе недосегаема за разрешение отъ човѣшкия умъ. Въпрѣки това тя и тукъ даде насока за развитие на цѣла редица важни проблеми, които иматъ голѣма стойность въ практическия животъ.

D 15

Zum allgemeinen Kreisnormierungsprinzip der konformen Abbildung

Von

JAROSLAW TAGAMLIZKI

aus Armawir

S. HIRZEL / LEIPZIG 1943

Meinen Eltern
und meiner Schwester

ABDRUCK
AUS DEN BERICHTEN DER MATHEMATISCH-PHYSISCHEN KLASSE DER SÄCHSISCHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN ZU LEIPZIG
XCV. BAND
SITZUNG VOM 7. JUNI 1943

Zum allgemeinen Kreisnormierungsprinzip der konformen Abbildung[1])

Von

Jaroslaw Tagamlizki (aus Sofia z. Z. in Leipzig)

Vorgelegt von Herrn Koebe

Hinweise auf das Literaturverzeichnis sind im Text oft nur durch Nummernangabe gemacht.

I. Einleitung

Bekanntlich kann ein einfach zusammenhängendes Gebiet[2]) auf ein Kreisgebiet abgebildet werden. (Kreisnormierungsprinzip für einfach zusammenhängende Gebiete.) Die vollständige Begründung des Kreisnormierungsprinzipes[3]) für Gebiete endlichen Zusammenhanges ist von Herrn Prof. Koebe durchgeführt worden. Die allgemeine Lösung der Aufgabe für unendlich-vielfach zusammenhängende Gebiete ist als Desideratum von Herrn Koebe gestellt worden (allgemeines Kreisnormierungsprinzip). Die Behandlung dieses Problems in der vollen Allgemeinheit bietet jedoch

1) D 15.

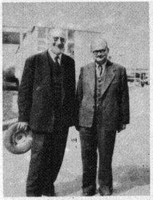
2) „Gebiet“ soll heißen, daß nur die inneren Punkte in Betracht kommen.

3) Damit ist der Satz gemeint, daß ein gegebenes schlichtes Gebiet eineindeutig auf ein Gebiet abgebildet werden kann, welches nur von Vollkreisen begrenzt ist (Kreisgebiet). Jeder einzelne Kreis darf sich auch auf einen Punkt reduzieren.

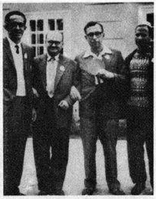
Ярослав Тагамлицки – млад доцент

Ярослав Тагамлицки – млад професор

Я. Тагамлицки, А. Постников и А. Бицадзе на международната математическа конференция в София през септември 1956 г.



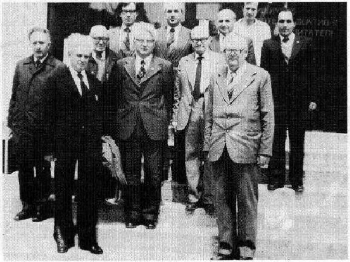
Я. Тагамлицки и Ф. Трикоми на конференция в Румъния през 1959 г.



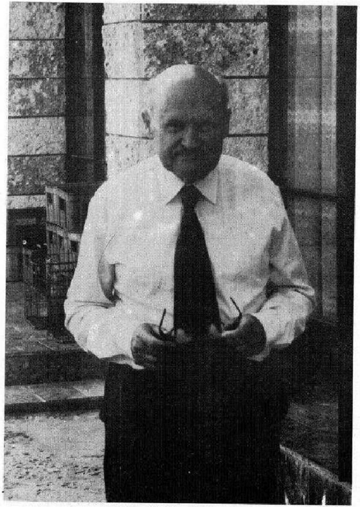
Р. Нарджевски, Я. Тагамлицки, Я. Микусински и Л. Еренпрайс на конференция в Полша през 1960 г.

Р. А. Александрян, Ст. Терзиян, Ц. Г. Александрян, Я. Тагамлицки и В. М. Левитан на лятната школа по микролокален анализ през август 1982 г. в Горна баня

А. Николов, А. Матеев, Я. Тагамлицки и Г. Тотов на една от пролетните конференции на българските математици. Снимката вероятно е от 1977 г.



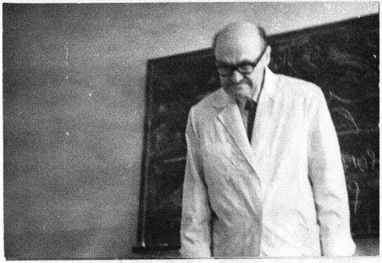
Я. Тагамлицки през 1980 г. в Шумен на честването на 100-годишнината от рождението на акад. Кирил Попов



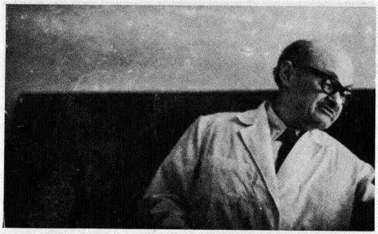
Я. Тагамлицки на международната конференция по комплексен анализ — Варна, 1981 г.

А. Матеев, Я. Тагамлицки, Б. Петканчин, Л. Илиев и Сп. Манолов на Осмата пролетна конференция на Съюза на математиците в България — Слънчев бряг, 1979 г.

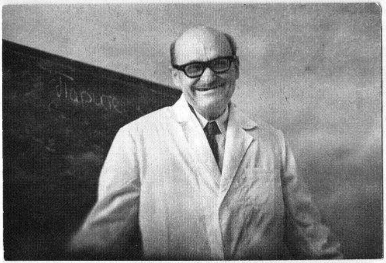
Я. Тагамлицки на юбилейната научна сесия в Шумен през октомври 1981 г. На първия ред отляво надясно: Д. Скордев, Ст. Троянски, Ал. Витанов, Я. Тагамлицки и П. Русев



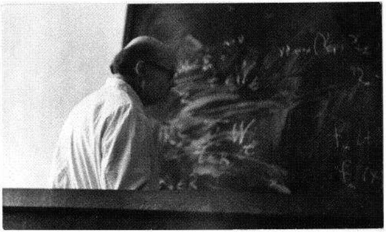
След обичайния поздрав лекцията може да започне. . . Снимката е от есента на 1975 г.



Лекциите на проф. Тагамлицки винаги бяха емоционални. . .Снимката е от есента на 1975 г.



Малка шега за добро настроение. . . и лекцията може да продължи. Снимката е от есента на 1975 г.



Начални стъпки към идеята за неразложимост

Първа статия в Годишника на Софийския университет

- Функции, които удовлетворяват известни неравенства върху реалната ос. Год. на СУ, Физ.-мат. фак., **42** (1946), кн. 1, 239–256.

Теорема 1

Ако $f(x)$ е дефинирана и има производни от произволен ред при $x < a$, а A е такава константа, че $|f^{(k)}(x)| \leq Ae^x$ за всяко $x < a$ и цяло $k \geq 0$, то $f(x) = Be^x$, където B е константа, удовлетворяваща неравенството $|B| \leq A$.

Други статии в подобен дух

- Sur les suites vérifiant certaines inégalités. C. R. Acad. Sci., Paris, **223** (1946), 940–942.
- Върху редици, които удовлетворяват някои неравенства. Год. на СУ, Физ.-мат. фак., **43** (1947), кн. 1, 193–237.
- Sur une propriété de la fonction exponentielle. C. R. Acad. Bulg. Sci., **1** (1948), no. 1, 33–34.

ФУНКЦИИ, КОИТО УДОВЛЕТВОРЯВАТ ИЗВЕСТНИ НЕРАВЕНСТВА ВЪРХУ РЕАЛНАТА ОС

От **Я. Тагамлицки**

В настоящата работа ние установяваме, че освен функциите $f(x)=Ce^x$ няма други, които при всяко цяло неотрицателно k за всяко x на ляво от някоя фиксирана точка от реалната ос удовлетворяват неравенствата

$$\left|\frac{d^k f(x)}{dx^k}\right| \leqq Ae^x.$$

За всичките функции, които ние разглеждаме, се предполага, че са дефинирани върху реалната ос, обаче, евентуално, могат да приемат комплексни стойности, ако изрично не е казано противното. Освен споменатата теорема, ние даваме в нашата работа различни нейни уточнявания и приложения. При едно от прецизиранията ние си служим с помощна теорема, която представлява частен случай от по-обща теорема на г-н проф. Обрешков. Тази помощна теорема е построена по подобие на друга една теорема, която г-н проф. Обрешков ни беше задал като задача. В последния параграф е направено едно обобщение, като мястото на производната заемат оператори от по-общ характер. Като приложение на формулираната по-горе теорема и нейните обобщения, ние установяваме една класа редици от функции, които имат свойството, че сходимостта им в една единствена точка влече след себе си сходимостта в цялия интервал, в който са дефинирани.

§ 1

Теорема 1. Нека $f(x)$ е безбройно много пъти диференцуема за $x<a$ и

$$\left|\frac{d^k f(x)}{dx^k}\right| \leqq Ae^x \qquad (k=0, 1, 2, \ldots), \tag{1}$$

Ние ще покажем, че

$$f(x)=Be^x,$$

където B е една константа, чийто модул не надминава A. (Обратното е тривиално).

Доказателство. Ние ще използваме методата на Liouville-Riemann, която ни дава възможност да дефинираме оператора $\frac{d^z}{dx^z}$ за всякакви комплексни значения на z. За тая цел да разгледаме

$$f_k^{(z)}(x)=\frac{1}{\Gamma(k-z)}\int_{-\infty}^{x}\frac{d^k f(t)}{dt^k}\cdot(x-t)^{k-z-1}dt, \quad x<a.$$

Изразът $f_k^{(z)}(x)$ е дефиниран за всяко цяло неотрицателно k и всяко комплексно z, за което $R(z)<k$, понеже неравенствата (1) осигуряват сходимостта на интеграла. При всяко фиксирано x и k изразът $f_k^{(z)}(x)$ е еднозначно дефиниран и е холоморфна функция на z. От друга страна

$$f_k^{(z)}(x)=f_{k+1}^{(z)}(x),$$

както това се вижда с едно интегриране по части:

$$\frac{1}{\Gamma(k-z)}\int_{-\infty}^{x}\frac{d^k f(t)}{dt^k}\cdot(x-t)^{k-z-1}dt=$$

$$=\frac{1}{\Gamma(k+1-z)}\int_{-\infty}^{x}\frac{d^{k+1} f(t)}{dt^{k+1}}\cdot(x-t)^{k-z}\,dt.$$

И тъй изразът $f_k^{(z)}(x)$ не зависи от k (разбира се, той е дефиниран само за цели неотрицателни стойности на k, и, следователно, като изменяме k, ние ще му даваме само такива стойности). Но тъй като на k можем да дадем произволно големи стойности, значи имаме възможност да продължим $f_k^{(z)}(x)$ в цялата равнина z. И така, $f_k^{(z)}(x)$ при всяко фиксирано значение на x представлява една цяла функция на z. Ние от сега нататък ще пишем $f^{(z)}(x)$ вместо $f_k^{(z)}(x)$, понеже $f_k^{(z)}(x)$ не зависи от k. Сега ние ще покажем, че за цели значения на z имаме

$$f^{(z)}(x)=\frac{d^z f(x)}{dx^z}.$$

И наистина, понеже k е произволно цяло неотрицателно число, стига да имаме $k>z$, можем да вземем $k=z+1$ и тогава

$$f^{(z)}(x)=\int_{-\infty}^{x}\frac{d^{z+1} f(t)}{dt^{z+1}}\,dt=\frac{d^z f(x)}{dx^z},$$

което оправдава и избрания начин на означение. Ние ще изучим $f^{(z)}(x)$, като функция на z при фиксирано x.

Comptes Rendus de l'Academie Bulgare des Sciences
Tome 1, № 1, Janvier-Mars, 1948

MATHÉMATIQUES

SUR UNE PROPRIÉTÉ DE LA FONCTION EXPONENTIELLE

Note de **Y. Tagamlitzki**

(Présentée par L. Tchakaloff le 13. VI. 1947)

Dans un travail récent nous avons établi le théorème suivant:[1])

Si la fonction réelle $f(x)$, admettant pour $x \geqq a$ une suite illimitée de dérivées, vérifie les inégalités

$$|f^{(n)}(x)| \leqq Ae^{-x}, \quad n=0, 1, 2, \ldots \tag{1}$$

elle se réduit à la fonction exponentielle $f(x)=Ce^{-x}$.

Les démonstrations connues de ce théorème impliquant des méthodes de la théorie des fonctions analytiques dans le domaine complexe, il serait désirable de trouver un procédé direct, qui ne fasse pas appel au domaine complexe. Nous allons donner ici une telle démonstration.

Démonstration. La fonction $f(x)$ vérifiant les inégalités (1), on trouve en intégrant par parties

$$f^{(n-1)}(x)=\frac{(-1)^{k-n}}{(k-n+1)!}\int_x^\infty f^{(k+1)}(t)(t-x)^{k-n+1}\,dt$$

pour $k \geqq n-1$, k et n étant des nombres entiers et positifs.

Considérons maintenant l'identité

$$e^{-x}f(x)+2e^{-x}f'(x)+e^{-x}f''(x)=$$

$$=\frac{(-1)^k}{(k-1)!(k+1)!}\int_x^\infty e^{-u}(u-x)^{k-1}\,du\int_x^\infty f^{(k+2)}(t)(t-x)^{k+1}\,dt+$$

$$+\frac{2(-1)^{k-1}}{k!^2}\int_x^\infty e^{-u}(u-x)^k\,du\int_x^\infty f^{(k+2)}(t)(t-x)^k\,dt+$$

[1]) Y. Tagamlitzki, Funktionen, die auf der reellen Achse gewissen Ungleichungen genügen, Annuaire de l'Université de Sofia, t. XLII, (1945—46), p. 239. — Sur les suites vérifiant certaines inégalités, Comptes rendus Ac. Sc. Paris, t. 223 (1946) p. 940—942.

$$+\frac{(-1)^{k-2}}{(k+1)!(k-1)!}\int_x^\infty e^{-u}(u-x)^{k+1}\,du\int_x^\infty f^{(k+2)}(t)(t-x)^{k-1}\,dt=$$

$$=\frac{(-1)^k}{(k-1)!(k+1)!}\int_x^\infty\int_x^\infty e^{-u}f^{(k+2)}(t)(u-x)^{k-1}(t-x)^{k-1}(u-t)^2\,du\,dt+$$

$$+(-1)^k\left[\frac{2}{(k+1)!(k-1)!}-\frac{2}{k^2!}\right]\int_x^\infty e^{-u}(u-x)^k\,du\int_x^\infty f^{(k+2)}(t)(t-x)^k\,dt,$$

ou bien

$$e^{-x}[f(x)+2f'(x)+f''(x)]= \tag{2}$$

$$=\frac{(-1)^k}{(k-1)!(k+1)!}\int_x^\infty\int_x^\infty e^{-u}f^{(k+2)}(t)(u-x)^{k-1}(t-x)^{k-1}(u-t)^2\,du\,dt+\frac{2e^{-x}f'(x)}{k+1}.$$

La fonction $f(x)$ vérifiant les inégalités (1), on a

$$|e^{-x}[f(x)+2f'(x)+f''(x)]|\leqq$$

$$\leqq\frac{1}{(k-1)!(k+1)!}\int_x^\infty\int_x^\infty e^{-u-t}(u-x)^{k-1}(t-x)^{k-1}(u-t)^2\,du\,dt+\frac{2e^{-x}|f'(x)|}{k+1}.$$

Dans le cas particulier $f(x)=e^{-x}$ la formule (2) nous donne

$$\frac{1}{(k-1)!(k+1)!}\int_x^\infty\int_x^\infty e^{-u-t}(u-x)^{k-1}(t-x)^{k-1}(u-t)^2\,du\,dt-\frac{2e^{-2x}}{k+1}=0$$

et, par conséquent,

$$|f(x)+2f'(x)+f''(x)|\leqq\frac{2e^{-x}}{k+1}+\frac{2|f'(x)|}{k+1}.$$

Le nombre entier et positif k étant arbitraire, on a

$$f(x)+2f'(x)+f''(x)=0$$

et par suite $\quad f(x)=Ce^{-x}+C_1xe^{-x}$.

D'autre part on a $\quad |Ce^{-x}+C_1xe^{-x}|\leqq Ae^{-x}$,

d'où il suit $C_1=0$.

La démonstration que nous venons d'exposer est une modification d'une méthode que nous avons appliquée à l'étude des suites régulièrement monotones[1]).

Institut de mathématiques de l'Université de Sofia.

[1]) Y. Tagamlitzki, Über Zahlenfolgen, die gewissen Ungleichungen genügen, Annuaire de l'Université de Sofia, t. XLIII, (1946—47) p. 193.

Някои прости вектори при едно частично нареждане

Хабилитационен труд при избора за редовен доцент

- Изследване на една класа от функции. Год. на СУ, Природо-мат. фак., **44** (1948), кн. 1, 317–356.

Дефиниция

При дадено $a \in \mathbb{R}$ функциите $f(x)$, дефинирани и безбройно много пъти диференцируеми при $x > a$, за които $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 0$ и $(-1)^k f^{(k)}(x) \geq 0$, $k = 0, 1, 2, \dots$, за всяко $x > a$, са наречени *положително дефинитни*. Ако $f(x)$ и $g(x)$ са такива функции, казва се, че $f(x)$ *мажорира* $g(x)$, ако разликата $f(x) - g(x)$ е също положително дефинитна. За една положително дефинитна функция $f(x)$ се казва, че е *прост вектор*, ако $f(x) \not\equiv 0$ и единствените положително дефинитни функции, които $f(x)$ мажорира, са нейни произведения с константи.

За всяко $\lambda > 0$ функцията $e^{-\lambda x}$ е прост вектор. Прави се приложение на това към теорията на редовете на Дирихле.

ОТДЕЛЕН ОТПЕЧАТЪК ДАР ОТ АВТОРА

ГОДИШНИК НА СОФИЙСКИЯ УНИВЕРСИТЕТ
ПРИРОДО-МАТЕМАТИЧЕСКИ ФАКУЛТЕТ, ТОМ XLIV, 1947—1948
КН. 1 — МАТЕМАТИКА И ФИЗИКА

ANNUAIRE DE L'UNIVERSITÉ DE SOFIA
FACULTÉ DES SCIENCES, TOME XLIV, 1947—1948
LIVRE 1 — MATHÉMATIQUES ET PHYSIQUE

ИЗСЛЕДВАНЕ НА ЕДНА КЛАСА ОТ ФУНКЦИИ

ОТ

Я. ТАГАМЛИЦКИ

RECHERCHES SUR UNE CLASSE DE FONCTIONS

PAR

Y. TAGAMLITZKI

СОФИЯ — SOFIA
УНИВЕРСИТЕТСКА ПЕЧАТНИЦА — IMPRIMERIE DE L'UNIVERSITÉ
1948

ИЗСЛЕДВАНЕ НА ЕДНА КЛАСА ОТ ФУНКЦИИ

От Я. Тагамлицки

В тая работа ние ще изследваме някои свойства на функциите, които са дефинирани, безбройно много пъти диференцуеми при $x > a$ и удовлетворяват на условията

$$f^{(k)}(x) = o(x^{-k}), \quad k = 0,\ 1, \ldots,$$

когато x расте неограничено. Съвокупността от функциите с изброените свойства ще означаваме с $K(a)$. Разбира се, ако функциите $f_1(x)$ и $f_2(x)$ принадлежат на $K(a)$, то и функциите $f_1(x) + f_2(x)$ и $\lambda f_1(x)$ принадлежат на $K(a)$ при всеки избор на константата λ.

Съвокупността $K(a)$ съдържа всяка функция $f(x)$, която при $x > a$ е безбройно много пъти диференцуема и удовлетворява на условията

$$(-1)^k f^{(k)}(x) \geqq 0 \quad \text{и} \quad \lim_{x\to\infty} f(x) = 0.$$

И наистина, нека $b > a$. Да разгледаме

$$f(b) = \sum_{\nu=0}^{k} \frac{(-1)^\nu f^{(\nu)}(x)(x-b)^\nu}{\nu!} + R_k,$$

където

$$R_k = \frac{(-1)^{k+1}(x-b)^{k+1}}{(k+1)!} f^{(k+1)}(x - \theta(x-b)), \quad 0 < \theta < 1.$$

При $x > b$ имаме

$$f(b) \geqq \frac{(-1)^k f^{(k)}(x)(x-b)^k}{k!} \geqq 0,$$

от където за положителни стойности на x получаваме

$$f(b)\left(\frac{x}{x-b}\right)^k \geqq (-1)^k f^{(k)}(x)\, x^k \geqq 0.$$

Да изберем едно положително ε, след това да вземем b толкова голямо, че да имаме

$$f(b) < \frac{\varepsilon}{2}$$

и, като фиксираме по този начин b, да изберем c толкова голямо, че при $x > c$ да имаме

Разглеждане от обща гледна точка

Обобщение за частично наредени линейни пространства

Върху някои приложения на общата теория на линейните пространства с частично нареждане. Год. на СУ, Природо-мат. фак., **45** (1949), кн. 1, 263–286.

Приложение (теорема 14)

Нека $a < x_0 \leq x_1 \leq x_2 \leq \cdots$, $b = \lim\limits_{k\to\infty} x_k$, а R е съвкупността на функциите, дефинирани и безбройно много пъти диференцируеми в интервала (a, b). Да наречем *положително дефинитни* функциите $f(x)$ от R, за които $(-1)^k f^{(k)}(x) \geq 0$ при $a < x < x_k$, $k = 0, 1, 2, \ldots$ Нека $p_1(x), p_2(x), p_3(x), \ldots$ са прости вектори относно съответната релация на мажориране. За да бъде една функция $f(x)$ от R развиваема в абсолютно сходящ ред от вида $\sum \alpha_\nu p_\nu(x)$, необходимо и достатъчно е да съществува такава функция $g(x)$ от R, развиваема в сходящ ред от същия вид с неотрицателни коефициенти, че $|f^{(k)}(x)| \leq (-1)^k g^{(k)}(x)$ при $a < x < x_k$, $k = 0, 1, 2, \ldots$

ОТДЕЛЕН ОТПЕЧАТЪК ДАР ОТ АВТОРА
ГОДИШНИК НА СОФИЙСКИЯ УНИВЕРСИТЕТ
ПРИРОДО-МАТЕМАТИЧЕСКИ ФАКУЛТЕТ, ТОМ XLV, 1948—1949
КН. 1 — (МЕТЕМАТИКА И ФИЗИКА)
ANNUAIRE DE L'UNIVERSITÉ DE SOFIA
FACULTÉ DES SCIENCES, TOME XLV, 1948—1949
LIVRE 1 — (MATHÉMATIQUE ET PHYSIQUE)

ВЪРХУ НЯКОИ ПРИЛОЖЕНИЯ НА ОБЩАТА ТЕОРИЯ НА ЛИНЕЙНИТЕ ПРОСТРАНСТВА С ЧАСТИЧНО НАРЕЖДАНЕ

От **Я. Тагамлицки**

Ние ще разгледаме общата теория на линейните пространства с частично нареждане с оглед на тяхните приложения към въпросите за развиваемост на функциите в редове по дадена система от функции.

Нека S е тяло, в което е установено едно пълно нареждане. Ще казваме, че една съвокупност R от произволни елементи представлява линейно пространство по отношение на тялото S, когато в R ė дефинирана сумата на всеки два елемента от R като елемент от R и произведението λa на елементи λ от S с елементи a от R пак като елемент от R. За сумата и произведението се иска да бъдат комутативни, асоциативни, дистрибутивни и да удовлетворяват на условията

$$1a = a, \quad 0a = 0b$$

каквито и да бъдат елементите a и b от R. Елемента $0a$, който съгласно нашето изискване не зависи от a, ние ще наричаме нулев елемент на R и ще го бележим със знака 0. Елементите на S ние понякога ще наричаме скалари, а елементите на R вектори. Термините линейно пространство и векторно пространство означават едно и също нещо. Теорията на линейните пространства е изучавана от множество автори. За нас в случая представляват особен интерес линейните пространства, в които е установено частично нареждане, подчинено на някои условия. Тия пространства, до колкото ни е известно, за пръв път са изучавани от S. Steen[1]) и Л. В. Канторович[2].

Казваме, че в едно линейно пространство R е установено частично нареждане, ако релацията $a \subset b$ е дефинирана поне между някои елементи a и b от R и удовлетворяват на следните изисквания

1) S. Steen. An introduction to the theory of operators Proc. Lond. Math. Soc. (2), 41 (1936), стр. 361—399.

2) Л. В. Канторович, Lineare halbgeordnete Räume, Математический сборник, т. 2 (44), стр. 121 (1936).

I. От $a = b$ следва $a \subset b$

II. От $a \subset b$ и $b \subset a$ следва $a = b$

III. От $a \subset b$, $c \subset d$ следва $a + c \subset b + d$

IV. От $a \subset b$, $\lambda \geqq 0$ следва $\lambda a \subset \lambda b$.

Ще казваме, че едно нареждане е *нормално*, когато всяка крайна ограничена отгоре съвокупност от вектори притежава най-малка мажоранта (или, както се казва понякога, точна горна граница), т. е. мажоранта, която е по-малка от всяка друга мажоранта. Ще казваме, че нареждането е напълно нормално, когато и всяка безкрайна ограничена отгоре съвокупност от вектори притежава най-малка мажоранта.

Най-малката мажоранта на една фамилия от вектори f_α ще означаваме със знака $\cup f_\alpha$, а най-голямата миноранта със знака $\cap f_\alpha$. Когато се касае за два вектора f_1 и f_2, ще пишем съответно

$$f_1 \cup f_2 \quad \text{и} \quad f_1 \cap f_2.$$

Терминологията и означенията, които ние употребяваме, се отличават от терминологията и означенията на някои автори. Освен това в аксиомите, които ние изброихме, не се поставя изискване за съществуване на мажоранта на всяка крайна фамилия от вектори. Ние изключихме това изискване от системата от аксиоми, противно на обикновената практика, понеже измежду специалните линейни пространства, към които ние искаме да прилагаме общата теория, има и такива, в които дори не всеки два вектора имат обща мажоранта.

Един отличен от нула положително дефинитен вектор ще наричаме прост, когато той е колинеарен с всички положтелно дефинитни вектори, които са по-малки от него. Това значи, че един положително дефинитен и отличен от нула вектор p ще наричаме прост, когато от неравенствата

$$0 \subset a \subset p$$

следва

$$a = \lambda p.$$

където λ е скалар. От неравенствата $0 \subset \lambda p \subset p$ заключаваме, че $0 \leqq \lambda \leqq 1$. Ако един вектор p е прост и μ е един положителен скалар, то векторът μp е също прост. Два колинеарни прости вектори ние ще разглеждаме като несъществено различни.

До колкото ни е известно, понятието прост вектор е въведено в теорията на линейните пространства от нас. Целта на настоящата работа е да се изучи ролята на простите вектори при въпросите за развиваемост на векторите в редове и при някои други сродни въпроси.

За да се установи едно частично нареждане в едно линейно пространство, достатъчно е да се каже, кои вектори y

Интегрална добавка към реда на Абел (1)

Трудът, за който бива присъдена втората докторска степен

- Изследвания върху Абелевия интерполационен ред. Год. на СУ, Природо-мат. фак., **46** (1950), кн. 1, 385–443.
- Об одном обобщении ряда Абеля. ДАН СССР, **80** (1951), №1, 17–20.

При постановката от приложението в труда за частично наредени пространства нека $x_0, x_1, x_2, \ldots$ е аритметична прогресия с реални членове и положителна разлика τ. Нека $P_0(x), P_1(x), P_2(x), \ldots$ са интерполационните полиноми на Абел, определени по следния начин: $P_n(x) = (x_0 - x)(x_n - x)^{n-1}/n!, \quad n = 0, 1, 2, \ldots$ Представлява интерес въпросът за развиваемост на функции в ред от вида $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a_n P_n(x)$, където коефициентите a_n не зависят от x. Отговорът на въпроса е положителен за функция $f(x)$, която е полином (тогава имаме $a_n = (-1)^n f^{(n)}(x_n)$ за всяко n). В общия случай обаче положението е много по-сложно.

Интегрална добавка към реда на Абел (2)

В статията се установява, че в случая полиномите $P_n(x)$ са прости вектори, но но освен тях и произведенията им с положителни константи има още много други прости вектори – доказва се, че множеството на простите вектори в този случай се състои от произведенията с положителни константи на полиномите $P_n(x)$ и на функциите на x от вида $R(x,t)$, $0 < t \leq 1$, където

$$R(x,t) = \begin{cases} \dfrac{e^{\lambda(x_0-x)} - e^{\mu(x_0-x)}}{\lambda-\mu} & \text{при } t<1,\ \tau\lambda e^{1-\tau\lambda} = \tau\mu e^{1-\tau\mu} = t,\ \mu<\lambda, \\ (x_0-x)e^{(x_0-x)/\tau} & \text{при } t=1. \end{cases}$$

Интегрална добавка към реда на Абел (3)

Теорема II

За да може една функция $f(x)$, която е дефинирана и безбройно много пъти диференцируема при $x > a$, да се представи във вида

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n P_n(x) + \int_0^1 R(x,t)d\theta(t),$$

където коефициентите a_n не зависят от x и са неотрицателни, а функцията $\theta(t)$ не зависи от x и е монотонно растяща, необходимо и достатъчно е функцията $f(x)$ да бъде положително дефинитна.

ИЗСЛЕДВАНИЯ ВЪРХУ АБЕЛЕВИЯ ИНТЕРПОЛАЦИОНЕН РЕД

От Я. Тагамлицки

Увод

Интерполационната задача на Abel[1] може да се формулира така: дадени са $n+1$ числа

$$x_0, x_1, x_2, \ldots x_n,$$

които образуват аритметична прогресия, и $n+1$ произволни числа

$$a_0, a_1, a_2, \ldots a_n;$$

търси се полином $P(x)$ от възможно най-ниска степен, който удовлетворява условията

$$P^{(k)}(x_k) = a_k, \qquad k = 0, 1, 2, \ldots n.$$

Решението на тази задача се дава, както е известно и както лесно се вижда, със следната интерполационна формула на Abel:

$$P(x) = \sum_{k=0}^{n} (-1)^k P^{(k)}(x_k) \frac{(x_0 - x)(x_k - x)^{k-1}}{k!}.$$

Във връзка с тази задача възниква въпросът за изучаването на безкрайния ред

$$(1) \qquad f(x) = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k f^{(k)}(x_k) \frac{(x_0 - x)(x_k - x)^{k-1}}{k!},$$

който съответствува на цитираната по-горе интерполационна формула. Този ред е изучаван за пръв път от Abel[1], но достатъчни условия за развиваемост на една функция в ред от този тип са дадени за пръв път от Halphen[2]). Оказа се, че има множество случаи, при които Абелевото развитие на една функция е сходящо, но не представлява функцията. Ето какво казва Halphen[2]) във връзка с това: „Un exemple plus curieux

[1] N. H. Abel, Sur les fonctions génératrices et leurs déterminantes, (Oeuvres, т. 2).

[2]) G. H. Halphen, Sur une série d'Abel, Comptes Rendus, Acad. Sc. т. 93, стр. 1003.

encore de cas où la série converge sans représenter la fonction est fourni par Abel lui-même, à son insu. L'illustre géomètre applique la formule (1) à la fonction $\log(1+x)$. La série converge et il est manifeste, qu'elle ne représente pas $\log(1+x)$, comme Abel l'avait pensé".

И наистина, в този случай при $x_0 = 0$ Абелевото развитие има вида

$$\ln(1+x) \sim \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{x(\nu\tau - x)^{\nu-1}}{\nu(1+\nu\tau)^{\nu}},$$

където с τ сме означили разликата на аритметичната прогресия. В този случай Абелевият ред е сходящ при всички (дори комплексни) стойности на x, ако $\tau \neq 0$, и представлява цяла функция. От това следва, че съвокупността от точките, в които интересуващето ни Абелево развитие е равно на $\ln(1+x)$, не може да има друга (крайна) точка на сгъстяване, освен, евентуално, точката -1, защото функцията $\ln(1+x)$ не е цяла. По-специално това развитие не може да представлява $\ln(1+x)$ в никой интервал.

Нека разликата на аритметичната прогресия

$$(2) \qquad x_0, x_1, x_2, \ldots$$

е различна от нула. Известно[1]) е, че от сходимостта на Абелевия ред

$$\sum_{\nu=0}^{\infty} a_\nu \frac{(x_0 - x)(x_\nu - x)^{\nu-1}}{\nu!}$$

в една точка различна от x_0 следва неговата сходимост при всички, дори комплексни, стойности на x; сходимостта е равномерна във всяка ограничена област на комплексната равнина и, следователно, сумата на разглеждания ред е цяла функция на x. Обаче, далеч не всяка цяла функция може да се развие в Абелев ред. Да разгледаме един пример. Нека

$$f(x) = (x_0 - x)\, e^{-\frac{x}{\tau}}, \quad \tau \neq 0.$$

В такъв случай

$$f^{(k)}(x) = (-1)^k \frac{x_k - x}{\tau^k} e^{-\frac{x}{\tau}},$$

откъдето

$$f^{(k)}(x_k) = 0$$

и, следователно, функцията $f(x)$ не е развиваема в Абелев ред.

Сега ще дадем друг пример. Нека разликата τ на прогресията (2) е съществено положителна. Да означим с λ и μ две положителни числа свързани с равенството

[1]) Вж., например, G. Polya, G. Szegö, Aufgaben und Lehrsätze aus der Analysis, том I, отдел III. зад. 255, Берлин 1925.

Теорема за конусите (1)

Първоначална и обобщена версия

- Върху геометрията на конусите в Хилбертовите пространства. Год. на СУ, Физ.-мат. фак., **47** (1952), кн. 1, ч. 2, 85–107.
- Върху едно обобщение на понятието за неразложимост. Год. на СУ, Физ.-мат. фак., **48** (1954), кн. 1, ч. 1, 69–85.

Дефиниция (за изпъкнал конус, норма и неразложимост)

Едно множество K в дадено линейно пространство се нарича *изпъкнал конус*, ако $\alpha a + \beta b \in K$ винаги, когато $a, b \in K$, $\alpha \geq 0$, $\beta \geq 0$. *Норма* в K е такава функция $P : K \to [0, +\infty)$, че при $a, b \in K$ и $\alpha \geq 0$ винаги $P(a+b) \leq P(a) + P(b)$ и $P(\alpha a) = \alpha P(a)$, като $P(a) = 0$ само при $a = 0$. *Неразложим елемент на* K *относно* P се нарича такъв ненулев елемент c на K, за който не съществуват неколинеарни елементи a и b на K, удовлетворяващи равенствата $c = a + b$ и $P(c) = P(a) + P(b)$.

Теорема за конусите (2)

Обща теорема за конусите

Предполага се, че са дадени изпъкнал конус K с норма P и съдържащ се в него изпъкнал конус L с норма Q. При известни допълнителни предположения от топологичен характер се твърди, че ако условията $c \in L$ и $P(c) \geq Q(c)$ са изпълнени винаги, когато c е неразложим елемент на K относно P, то тези условия са изпълнени за всяко c от K.

Приложения, посочени в статиите: теорема на Хаусдорф за моментите, теорема на Уидър, теореми на Бернщайн за регулярно монотонни функции, развиване в ред на Абел с интегрална добавка.

Теорема за конусите (3)

Многобройни приложения на теоремата за конусите са посочени в доклад на проф. Тагамлицки на Българска математическа сесия през 1956 г.

Резюме на доклада

- Неразложимите елементи и техните приложения. В: Т. Генчев, И. Проданов, Д. Скордев, И. Тодоров и В. Чакалов (съст.). Ярослав Тагамлицки – учен и учител. София, Наука и изкуство, 1986, с. 106–108 (в сборника с резюмета от 1956 г. е на руски и на немски).

Около 1956–1957 г. Тагамлицки разбира, че теоремата за конусите може да се получи като следствие от теоремата на Крейн и Милман.Повечето приложения на теоремата за конусите обаче запазват своята научна стойност.

ГОДИШНИК НА ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЯ ФАКУЛТЕТ
ТОМ XLVII, КН. I, ЧАСТ I, (МАТЕМАТИКА И ФИЗИКА) ГОДИНИ 1950/51—1951/52
ANNUAIRE DU FACULTÉ DES SCIENCES — PHYSIQUE ET MATHÉMATIQUES
TOME XLVII, LIVRE I, PARTIE II (MATHÉMATIQUE ET PHYSIQUE)
ANNES 1950/51—1951/52

ВЪРХУ ГЕОМЕТРИЯТА НА КОНУСИТЕ В ХИЛБЕРТОВИТЕ ПРОСТРАНСТВА

От Я. Тагамлицки

Нека H е едно линейно[1] пространство, в което е дефинирано скаларно[2] произведение, приемащо само реални стойности и удовлетворяващо на обикновените изисквания. Такова пространство H ние ще наричаме Хилбертово пространство в широк смисъл (за разлика от обикновено разглежданите Хилбертови пространства, така да се каже в тесен смисъл, при които се поставя още допълнителното изискване за пълнота относно силната сходимост (вж. например Н. И. Ахиезер и И. М. Глазман, Теория линейных операторов, Москва — Ленинград, 1950, стр. 15).

Една съвкупност R от елементи r на H се нарича конус, когато при всички неотрицателни стойности на t имаме $tr \varepsilon R$. Един конус R ние ще наричаме обикновен, когато може да се намери такъв елемент n от H, за който $(n, r) > 0$ всеки път, когато $r \varepsilon R$ и $r \neq 0$.

Един конус R се нарича силно компактен, когато от всяка ограничена по норма[3] редица

$$r_1, r_2, r_3, \ldots$$

от елементи, принадлежащи на R, може да се избере силно[4] сходяща подредица, границата на която принадлежи на R.

Един конус R се нарича силно затворен, когато границата на всяка силно сходяща редица от елементи, принадлежащи на R, също принадлежи на R.

Един конус R се нарича изпъкнал, когато при всеки избор на a и b от R имаме $a + b \varepsilon R$.

---

[1] Това значи, че елементите на H могат да се събират помежду им и да се умножават с реални числа, като при това са изпълнени обикновените изисквания за дистрибутивност, асоциативност и пр.

[2] Това значи, че на всеки два елемента a и b от H е съпоставено по едно реално число (a, b), удовлетворяващо следните изисквания:

1. $(a, b) = (b, a)$ при всички $a \varepsilon H$ и $b \varepsilon H$.

2. $(\alpha a + \beta b, c) = \alpha (a, c) + \beta (b, c)$ при всички $a \varepsilon H$, $b \varepsilon H$, $c \varepsilon H$, каквито и да бъдат реалните числа α и β.

3. $(a, a) \geq 0$ при всяко $a \varepsilon H$, като равенството се достига само при $a = 0$.

[3] Под норма $\| a \|$ на един елемент a от H се разбира $\sqrt{(a, a)}$.

[4] Нека $s \varepsilon H$ и $s_n \varepsilon H$, $n = 1, 2, 3, \ldots$ Казваме, че редицата $\{s_n\}$ силно клони към s, когато $\lim_{n \to \infty} (s_n - s, \; s_n - s) = 0$.

ГОДИШНИК НА СОФИЙСКИЯ УНИВЕРСИТЕТ
ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИ ФАКУЛТЕТ
ТОМ 48, 1953/54, КН. 1 (МАТЕМАТИКА И ФИЗИКА), Ч. I
ANNUAIRE DE L'UNIVERSITÉ DE SOFIA
FACULTÉ DES SCIENCES PHYSIQUES ET MATHÉMATIQUES
T. 48, 1953/54, LIVRE 1 (MATHÉMATIQUES ET PHYSIQUE), PARTIE I

ВЪРХУ ЕДНО ОБОБЩЕНИЕ НА ПОНЯТИЕТО ЗА НЕРАЗЛОЖИМОСТ

Я. Тагамлицки

Понятието за неразложимост спада към основните понятия в теорията на числата и алгебрата, но се използува и в други области на математиката. Доколкото ни е известно, това понятие е въведено в геометрията от Минковски [1]. В по-ново време понятието за неразложимост се среща в работите на А. Г. Пинскер [3], Б. С. Над [4], И. М. Гельфанд [5, 11], Д. А. Райков [5, 11], Н. Н. Боголюбов [6, 7, 10], Н. М. Крылов [6, 7], М. Г. Крейн [2, 8, 9], Д. П. Мильман [8, 12], С. Г. Крейн [9, 10], М. А. Рутман [12], Н. Бурбаки [13] и др. В няколко от нашите последни публикации [14] ние се стремяхме да въведем това понятие по систематичен начин в някои въпроси от класичния анализ. За тази цел ние разработихме един общ метод, който приложихме към позитивната проблема за моментите и други сродни въпроси. От досегашните ни изследвания обаче не се вижда дали този метод е приложим и към съответните общи (не непременно позитивни) проблеми, каквато е например проблемата за моментите относно функция с ограничена вариация и пр. В настоящата работа ние ще дефинираме понятието неразложимост по такъв начин, че да обхванем проблеми и от този вид.

* * *

Ще казваме, че една съвкупност K е конус, ако на всеки неин елемент x и на всяко неотрицателно* число λ е съпоставен един елемент λx от K, като при това са изпълнени обичайните условия:

1) $1\,x = x$ при всяко x от K;

2) $0\,x = 0\,y$ при всеки избор на x и y от K;

3) $\lambda (\mu x) = (\lambda \mu)\,x$ при всяко x от K и при всички неотрицателни стойности на λ и μ;

4) ако λ и μ са неотрицателни числа, ако $\lambda \neq \mu$ и ако $\lambda x = \mu x$, където $x \varepsilon K$, то $x = 0\,x$.

Произведението $0\,x$ ще означаваме кратко със символа 0.

Ще казваме, че един конус K е изпъкнал, ако в него е дефинирана сума на всеки два негови елемента, като при това са изпълнени изискванията:

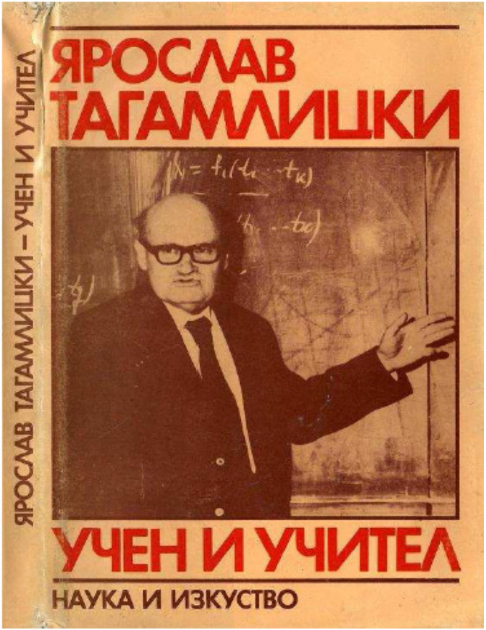
1) ако $x \varepsilon K$ и $y \varepsilon K$, то $x + y = y + x$;

2) ако $x \varepsilon K$, $y \varepsilon K$, $z \varepsilon K$, то $(x + y) + z = x + (y + z)$;

3) ако $x \varepsilon K$, $y \varepsilon K$, $z \varepsilon K$ и $x + y = x + z$, то $y = z$;

---

* Вместо неотрицателни числа ние можем да си мислим елементите на коя да е комутативна полугрупа.



НЕРАЗЛОЖИМИТЕ ЕЛЕМЕНТИ И ТЕХНИТЕ ПРИЛОЖЕНИЯ*

проф. Ярослав Тагамлицки

Големите успехи на абстрактния функционален анализ отдавна получиха всеобщо признание. Все пак разпространено е мнението, че въпреки общността истинските ценности на математическата мисъл се съдържат в специалните въпроси на класическата математика, че класическите методи са достатъчни в рамките на класическата математика и че като правило абстрактните методи не дават нищо друго освен това, което вече е открито по друг начин.

Приблизително от 1948 г. ние се стремяхме да разработим такива методи в абстрактния функционален анализ, които биха могли да бъдат използвани системно и в областта на класическия анализ [1]**. Понятието екстремна точка на изпъкнало множество, въведено от Минковски [2] и използвано от С. Н. Бернщейн, Боголюбов, Крилов, Гелфанд, Райков, Б. Над и др., изглежда особено подходящо за тази цел. Известно е, че след важната теорема на Крейн и Милман [9] това понятие придоби голямо значение. Трябва да се отбележи обаче, че теоремата на Крейн и Милман е доказана с помощта на теоремата на Цермело. Големите възможности на метода на екстремните елементи в друго направление на класическия анализ бяха изяснени в забележителната работа на П. Розенблум [3].

* Превод на „Неразложимые елементы и их приложения“ — резюме на доклада на Я. Тагамлицки, изнесен на международната математическа конференция, състояла се в София през 1956 г. (Вж. „Краткое содержание секционных докладов Болгарской математической сессии, С., 27. VIII — 3. IX. 1956“, издадено от БАН.) Преводът е на Т. Генчев. — *Бел. съст.*
** Номерата в средните скоби се отнасят за литературата в края на статията. — *Бел. ред.*

Нашите изследвания се базират на следната теорема [4], която са доказва без помощта на трансфинитна индукция и без теоремата на Цермело:

Ако регулярният* конус K е компактен относно някаква норма $P(x)$ и съдържа ненулеви елементи, то той съдържа и неразложими елменти, т. е. такива ненулеви елементи f, за които от $f=g+h$, $g \in K$, $h \in K$ и $P(f)=P(g)+P(h)$ следва, че g и h са колинеарни и еднопосочни. По-нататък нека някакъв изпъкнал и компактен относно нормата $Q(x)$ конус L се съдържа в K. В такъв случай, ако всичките неразложими елементи f на конуса K лежат в L и удовлетворяват условието $Q(f) \leqq P(f)$, то конусите съвпадат и $Q(x) \leqq P(x)$ за всяко $x \in K$.

Тази теорема ще наричаме накратко теорема за конусите. Приложенията ще разпределим по следния начин:

1. Доказателства на известни теореми.

Следващите теореми се доказват по подобен начин с помощта на теоремата за конусите: теоремата на Ф. Рис за линейните функционали в $C[a, b]$ заедно с нейното уточнение, отнасящо се до позитивните функционали; общата теорема на Хаусдорф за моментите заедно с нейното уточнение в случая на позитивни моменти; теоремите на Хамбургер и Стилтес за моментите; теоремата на Ф. Рис за моментите; теоремата на Бохнер за интегралите на Фурие и теоремата на Крамер; теоремата на Блашке — Пик за изпъкналите функции и нейните обобщения за изпъкналост от произволен ред; теоремата на Бернщейн за абсолютно монотонните функции в краен интервал, неговата теорема за абсолютно монотонните функции в безкраен интервал, както и обобщението на Уидер. При това общата природа на тези теореми изпъква в нова светлина.

2. Теореми, открити с помощта на теоремата за конусите, на които са дадени и непосредствени доказателства:

Теоремата за разлагане на клас от функции в обобщен абелов ред [5], теоремата за интерполационния ред на Нютон с неотрицателни коефициенти [6], теоремата на Д. Добрев за полунормите в равнината.

3. Теореми, открити с помощта на теоремата за конусите, други доказателства на които засега не са известни:

Теоремата за абсолютно сходящите редове на Гончаров,

* За необходимите дефиниции вж. [4].

чиито възли растат монотонно; теоремата на Бл. Сендов за регулярно монотонните функции [7].

В заключение ще отбележим, че всеки нормиран конус с изброима координатна система винаги може по такъв начин да се допълни до компактен, че компактната му обвивка да удовлетворява всички условия на теоремата за конусите и следователно да притежава неразложими елементи. По този начин естествено стигаме до едно обобщение на понятието функция, като при това е възможно, както и при обобщението на Л. Шварц, да се диференцира безбройно много пъти. Тези обобщени функции, които ще наричаме псевдофункции, могат да се разглеждат като специални разпределения на Шварц или Микусински, при които нормите остават крайни. Псевдофункциите образуват линейни пространства, в които са в сила теорема за конусите и подходящ аналог на теоремите на Хели. Функциите на Дирак и техните производни са неразложими елементи в съответните пространства [8]. Тези въпроси успешно допълни и разви по-нататък Ив. Тодоров.

ЦИТИРАНА ЛИТЕРАТУРА

1. Тагамлицки, Я. Годишник на Соф. университет. Т. 44, 1947 — 1948, 317 — 355.
2. Minkowski, H. Gesammelte Abhandlungen, B. II, 131 — 229.
3. Rosenbloom, P. Bull. de la Soc. Math. de France, T. 79, 1951, 1 — 58; T. 80, 1952, 182 — 215.
4. Тагамлицки, Я. Годишник на Соф. университет. Т. 48, 1953 — 1954, 69 — 84.
5. Тагамлицки, Я. Годишник на Соф. университет. Т. 46, 1949 — 1950, 385 — 443.
6. Тагамлицкий, Я. ДАН СССР. Т. 87, 1952, 183 — 186.
7. Сендов, Бл. ДАН СССР. Т. 110. 1956.
8. Тагамлицки, Я. Годишник на Соф. университет. Т. 49, 1954 — 1955, ч. I, 34 — 48 и Т. 49, 1954 — 1955, ч. II, 41 — 54.
9. Krein, M. und D. Milmam. Studia Math. T. 9, 1940, 133 — 138.

D. Van Nostrand Company, Inc.
PUBLISHERS SINCE 1848
120 ALEXANDER ST. PRINCETON, N.J.

WILLIAM R. MINRATH
VICE PRESIDENT

September 20, 1962

Professor I. E. Tagamlitzki
Mathematical Institute of Bulgarian Academy of Sciences
Sofia
BULGARIA

Dear Professor Tagamlitzki:

I have received a most interesting letter from Professor Stone, who is Chairman of the Editorial Board of our University Series in Higher Mathematics. He informs me that you have much excellent material which could be published as a book in this Series. He also states that you have been considering publishing it in Bulgarian and in German.

Accordingly, I am writing to you at this time to tell you of our great interest in publishing your material in our University Series in Higher Mathematics. This could be done either before or after you publish in Bulgaria, and we would be happy to negotiate with you for the sale of other language rights, such as the German.

Professor Stone has mentioned a number of topics you plan to include, and has added that the book would be a generalized version of the Krein-Milman theorem and its applications to various problems.

If you are interested in my proposal, I should be happy to receive from you an outline, so that we can discuss the matter further with Professor Stone and the other members of the Editorial Board.

Yours sincerely,

William R. Minrath

Vice President

WRM:adf

Обобщение на теоремата на Крейн и Милман – топологична индукция

Публикации за топологичната индукция

- Я. Тагамлицкий. О методе крайних точек. Studia Math., Ser. spec., 1963, no. 1, 129–130.
- Ja. A. Tagamlicki, M. Dehen. L'induction topologique. Sémin. Choquet, Fac. Sci., Paris, **10** (1970–1971), no. 1, 1/01–1/07.
- Y. Tagamlitzki. The principle of topological induction (prepared for publication by O. Kounchev). Annuaire Univ. Sofia, Fac. Math. Méc., **80** (1991), livre 1, 53–58.

Вместо компактно подмножество на линейно пространство с локално изпъкнала топология се разглежда произволно компактно топологично пространство заедно със съвкупност от отворени множества, удовлетворяваща определени условия. Теоремата на Крейн и Милман се получава, ако в качеството на такава съвкупност се вземат всички сечения на даденото компактно множество с изпъкнали отворени множества.

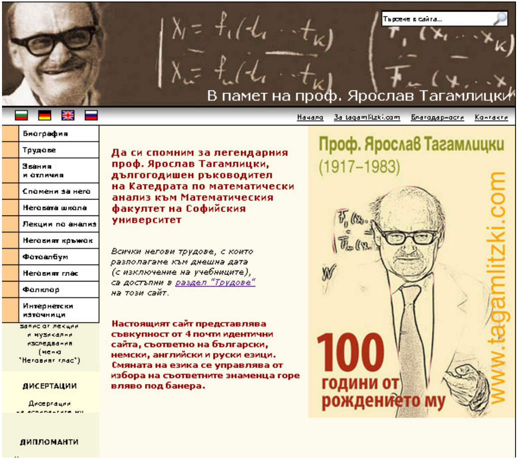
Други изследвания на проф. Тагамлицки

Обобщение на основните теореми за отделимост

- Върху принципа за отделимост в абелевите асоциативни пространства. Известия на Мат. инст., БАН, **7** (1963), 169–183.

Вместо за множества в линейни пространства става дума за такива в математически структури с подходящо понятие, обобщаващо понятието отсечка.

Сред резултатите на Тагамлицки в други абстрактни области на математиката можем да посочим например едно широко обобщение на теоремата на Тихонов за компактност на топологични произведения. Тагамлицки разработва и нови подходи към теорията на многообразията и към някои математически въпроси на теоретичната физика. Освен в областта на математиката извършва систематични проучвания и по въпроси от археологията, езикознанието и медицината. Предлага нови идеи и в учението за тоналностите в музиката.



Търсене в сайта...
В памет на проф. Ярослав Тагамлицки
Начало
За tagamlitzki.com
Благодарности
Контакти
Биография
Трудове
Звания и отличия
Спомени за него
Неговата школа
Лекции по анализ
Неговият кръжок
Фотоалбум
Неговият глас
Фолклор
Интернетски източници
ДИСЕРТАЦИИ
ДИПЛОМАНТИ
Да си спомним за легендарния проф. Ярослав Тагамлицки, дългогодишен ръководител на Катедрата по математически анализ към Математическия факултет на Софийския университет
Всички негови трудове, с които разполагаме към днешна дата (с изключение на учебниците), са достъпни в раздел "Трудове" на този сайт.
Настоящият сайт представлява съвкупност от 4 почти идентични сайта, съответно на български, немски, английски и руски езици. Смяната на езика се управлява от избора на съответните знаменца горе вляво под банера.
Проф. Ярослав Тагамлицки
(1917–1983)
www.tagamlitzki.com
100
години от рождението му

Приносът на проф. Тагамлицки за научното израстване на млади хора (1)

В статията си „Моят учител професор Ярослав Тагамлицки“ акад. Иван Тодоров пише за проф. Тагамлицки следното:
„... той още от първите седмици на първия семестър издирваше всред тълпата от мераклии за диплома в аудиторията малкото истински способни, за да им даде възможност да растат.“
И по-нататък:
„Ние не си давахме сметка за скромността на названието *кръжок* (вместо по-претенциозното „семинар“) *по диференциално и интегрално смятане* — по името на учебния предмет за студентите от първи и втори курс (не по функционален анализ — съвременната област на математиката, в която ни въвеждаше нашият учител). В началото на петдесетте години нашият факултет не беше разглезен от обилие на спецкурсове и семинари и кръжокът на проф. Тагамлицки, както и неговите лекции по функционален анализ (които всяка година бяха различни) бяха притегателен център за любознателни студенти и млади асистенти.“

Приносът на проф. Тагамлицки за научното израстване на млади хора (2)

От `http://www.tagamlitzki.com/bg/school.html`:
„... Тагамлицки в началото на 50-те основава прочутия си кръжок, през който като асистенти, аспиранти, демонстратори и студенти преминават най-ярките представители на българската математическа мисъл от втората половина на 20 в.

Кръжочници

Невъзможно е да се изброят всички участвали в кръжока на Тагамлицки през десетилетията, поради което се ограничаваме само с по-известните имена от първите десетина години след създаването на кръжока. В работата му през този период вземат участие (в азбучен ред по малко име):
Апостол Обретенов, Благовест Сендов, Боян Пенков, Владимир Александров, Владимир Лубих, Владимир Чакалов, Димитричка Шопова, Димитър Добрев, Димитър Скордев, Дойчин Дойчинов, Емануил Димитров, Иван Димовски, Иван Проданов, Иван Райчинов, Иван Тодоров, Николай Стоев, Николай Хаджииванов, Станчо Димиев, Тодор Генчев и др.“

Mathematics Genealogy Project

Jaroslav A. Tagamlitski

Dr. rer. nat. Universität Leipzig 1943

Dissertation: *Zum allgemeinen Kreisnormierungsprinzip der konformen Abbildung*

Mathematics Subject Classification: 30—Functions of a complex variable

Advisor: Paul Koebe
Advisor 2: Bartel Leendert van der Waerden

Students:
Click here to see the students listed in chronological order.

Name	School	Year	Descendants
Khristo Boyadzhiev	University of Sofia	1978	
Vladimir Chakalov	University of Sofia	1957	
Todor Genchev	University of Sofia	1969	1
Elena Ljubenova	University of Sofia	1979	
Minh Thai Nguyen	University of Sofia	1977	
Ivan Prodanov	University of Sofia	1967	12
Dimiter Skordev	University of Sofia	1967	15
Vasil Tsanov	University of Sofia	1978	

According to our current on-line database, Jaroslav Tagamlitski has 8 students and 36 descendants.
We welcome any additional information.

If you have additional information or corrections regarding this mathematician, please use the update form. To submit students of this mathematician, please use the new data form, noting this mathematician's MGP ID of 81491 for the advisor ID.

Учебникът по диференциално и интегрално смятане

- Лекции по диференциално и интегрално смятане (1951) (циклостилно издание).
- Диференциално и интегрално смятане (1954, 1957).
- Диференциално смятане (1962, 1967, 1971, 1978).
- Интегрално смятане (1963, 1967, 1971, 1978).

Из доклада „Лекция и творчество“, изнесен от проф. Тагамлицки на прол. конф. на СМБ през 1978 г.

Ако една дефиниция няма да се прилага, няма нужда да се дава. Такава дефиниция е празна, макар и да съществуват обекти, които удовлетворяват нейните условия. Когато искаме да въведем ново понятие, не бива да започваме от дефиницията, нито от пример, който трябва да установи, че условията на дефиницията са изпълними. Ние трябва да изхождаме от задача. Това ще ни осигури, че дефиницията поне не е празна. Такова едно изискване обаче е много малко, за да оправдае въвеждането на една дефиниция. Ние искаме да изучаваме само съществени дефиниции. Поради това трябва да изхождаме от задача, която е интересна.

Усвояването на една дефиниция е не само логически процес, но и психологически. Той има силно изразена емоционална страна. Поради това творческият момент в преподаването е от решаващо значение.

Ярослав Тагамлицки

ЗА ОБУЧЕНИЕТО ПО МАТЕМАТИКА

(из педагогическото наследство на професор Тагамлицки)

Университетско издателство
„Св. Климент Охридски“

Настоящата книга е посветена на 100-годишнината от рождението на видния български математик Ярослав Александров Тагамлицки (11.IX.1917–28.XI.1983), за когото преподаването на математиката беше призвание, следвано с изключително чувство за отговорност и забележително майсторство.

ISBN 978-954-07-4153-6
9 789540 741536
www.press-su.com
Цена 15 лв.

Съдържание

Поклон пред делото на професор Тагамлицки!