

## СЪДЪРЖАНИЕ

Предговор .....	11
<b>Глава 1. Предмет на математическото моделиране. Анализ на размерностите</b>	
§ 1. Предмет и основни идеи на математическото моделиране .....	13
1.1. <i>Понятие за математически модел</i> .....	13
1.2. <i>Обща схема на математическото моделиране</i> .....	17
1.3. <i>Пример: динамика на материална точка</i> .....	20
§ 2. Теория на размерностите. <i>П</i> -теорема. Примери .....	22
2.1. <i>Размерни и безразмерни величини</i> .....	22
2.2. <i>Основни системи мерни единици</i> .....	23
2.3. <i>Размерност</i> .....	24
2.4. <i>Независимост на физическия закон от мащаба</i> .....	27
2.5. <i>П-теорема</i> .....	28
2.6. <i>Примери</i> .....	31
2.7. <i>Дробни (фрактални) размерности</i> .....	34
<b>Глава 2. Елементарни модели: моделиране с помощта на обикновени диференциални уравнения</b>	
§ 3. Закон на Малтус и неговите интерпретации .....	40
3.1. <i>Коефициент на прираст. Закон на Малтус</i> .....	40
3.2. <i>„Финансова“ интерпретация на модела на Малтус.         Лихва и инфлация</i> .....	42
3.3. <i>Радиационен разпад</i> .....	44
3.4. <i>Стационарни състояния, тяхната устойчивост и         неустойчивост</i> .....	45
3.5. <i>Забележка относно инфлексните точки</i> .....	47
§ 4. Охлаждане на телата. Разпространение на заразни болести. Кинетика на химическа реакция .....	48
4.1. <i>Охлаждане на телата. Закон на Нютон</i> .....	48

4.2. Свободно падане на тежко тяло в съпротивителна среда .....	49
4.3. Разпространение на заразни заболявания (без изолация на заразените) .....	51
4.4. Разпространение на заразни заболявания (при изолация на заразените) .....	52
4.5. Модел на Бернули .....	53
4.6. Кинетика на химическа реакция .....	55
§ 5. Лимитирани популации .....	56
5.1. Лимитирани популации .....	56
5.2. Логистичен модел на Ферхулст .....	57
5.3. Лимитирани популации с граница на оцеляване .....	60
§ 6. Популация сред хищници .....	63
6.1. Популация сред хищници .....	63
6.2. Лимитирана популация в обкръжение на хищници .....	66
6.3. Оптимизация на промишления риболов .....	68
§ 7. Два вида, „борещи се“ за обща храна .....	71
7.1. Популационна динамика на няколко взаимодействащи си вида .....	71
7.2. Два вида, „борещи се“ за обща храна — изчезване на „по-лакомия“ вид .....	72
§ 8. Най-прост модел „хищник-жертва“ — уравнения на Лотка-Волтера .....	75
8.1. Уравнения на Лотка-Волтера .....	75
8.2. Първи интеграл на системата на Лотка-Волтера .....	75
8.3. Закон за периодичността на популациите .....	76
8.4. Забележка относно площната скорост .....	79
8.5. Пресмятане на периода $T$ .....	80
8.6. Запазване на средните стойности .....	82
8.7. Ефекти на „наследственост“ в модела на Лотка-Волтера .....	83

### Глава 3. Статика

§ 9. Определения и аксиоми на статиката .....	86
9.1. Основни задачи на статиката .....	86
9.2. Свободно тяло .....	87
9.3. Несвободно тяло .....	91

9.4. Най-често срещани връзки и техните реакции .....	92
§ 10. Най-прости системи сили .....	93
10.1. Сходящи сили .....	94
10.2. Теорема за трите сили .....	96
10.3. Успоредни сили .....	98
10.4. Антиуспоредни сили .....	100
10.5. Двоица сили .....	101
§ 11. Теория на двоиците .....	102
11.1. Момент на сила .....	102
11.2. Момент на двоица .....	103
11.3. Свойства на вектора-момент на двоица .....	105
11.4. Теорема за събиране на двоици .....	106
11.5. Условие за еквивалентност на двоици .....	110
§ 12. Свеждане на произволна система сили към сила и двоица. Условие за равновесие на система сили .....	111
12.1. Основна лема на статиката (лема на Поансо) .....	111
12.2. Свеждане (редукция) на произволна система сили към сила и двоица .....	112
12.3. Зависимост на главния вектор и главния момент от избора на полюса .....	114
12.4. Условие за равновесие на система сили .....	115
12.5. Два примера .....	119
12.6. Статически-определими и статически-неопределими системи ...	122
§ 13. Равновесие на нишка. Верижна линия .....	124
13.1. Сили на опън в нишка .....	124
13.2. Уравнение на равновесието на нишка .....	125
13.3. Верижна линия .....	129

#### Глава 4. Най-прости модели на деформируеми тела

§ 14. Модел на еластично тяло. Закон на Хук .....	134
14.1. Модел на еластично тяло .....	134
14.2. Чисто срязване в еластично тяло .....	136
14.3. Забележка относно нелинейно-еластичните и пластичните тела	138

§ 15. Най-прости приложения на закона на Хук .....	140
15.1. Приложение на закона на Хук за решаване на статически-неопределими задачи .....	140
15.2. Температурни напрежения в прътови системи .....	142
§ 16. Надлъжни трептения на еластичен прът: вълново уравнение. Решение на Даламбер .....	145
16.1. Надлъжни трептения на еластичен прът .....	145
16.2. Решение на Даламбер .....	148
§ 17. Модел на вискозна течност. Закон на Навие-Нютон .....	150
§ 18. Понятие за вискозо-еластични модели. Тела на Максуел, Фойхт и Келвин .....	153
18.1. Плъзене и релаксация .....	153
18.2. Конструирание на вискозо-еластични модели .....	155
18.3. Модел на Максуел .....	156
18.4. Модел на Фойхт .....	158
18.5. Модел на Келвин (стандартно линейно тяло) .....	160
18.6. Качествено изследване на тялото на Келвин .....	161
§ 19. „Наследственост“ на телата. Принцип на суперпозицията на Болцман .....	162
19.1. Интегрална формулировка на закона на деформирането на стандартно линейно тяло .....	162
19.2. „Наследственост“ на телата .....	164
19.3. Принцип на суперпозицията на Болцман .....	165
19.4. Криви на релаксация и плъзене .....	168

### Глава 5. Теплопроводност на телата

§ 20. Елементи на векторния анализ. Набла-смятане на Хамилтън .....	172
20.1. Производна по направление .....	172
20.2. Набла-смятане .....	173
20.3. Лапласиан .....	175
20.4. Дивергенция на векторно поле .....	177
20.5. Свойство на потенциални полета .....	177
20.6. Ротация на векторно поле .....	180
20.7. Характеристика на потенциалните и соленоидалните полета ....	181
20.8. Теорема на Хелмхолц .....	182

---

20.9. Формула на Гаус	182
§ 21. Вектор на топлинния поток. Уравнение на топлопроводността	186
21.1. Вектор на топлинния поток	186
21.2. Закон за топлопроводността на Фурие	189
21.3. Уравнение на топлопроводността	190
21.4. Частни решения на уравнението на топлопроводността — редове на Фурие	191
21.5. Стационарни решения на уравнението на топлопроводността	196
§ 22. Теплопроводност на хетерогенни среди. Понятие за хомогенизация	199
22.1. Хетерогенни материали	199
22.2. Макро-, мини- и микромашаби	201
22.3. Ефективна проводимост	203
22.4. Хомогенизация	207
22.5. Приближение на Фойхт	208
22.6. Ефективно термично съпротивление	209
22.7. Приближение на Ройс	213
22.8. Граници на Хил	214
22.9. Забележка относно непрекъснатите среди	214
§ 23. Приближение на Максвел за проводимостта на смес	218
23.1. Задача за единичната нееднородност (едномерен случай)	218
23.2. Задача за единичната нееднородност (тримерен случай)	220
23.3. Формула на Максвел	218
Литература	227
English summary	230
Contents	232