

## Примерен конспект на семинара по Алгебра

1. Инвариантни подпространства относно действието на линеен оператор.
2. Жорданова нормална форма на линеен оператор: съществуване.
3. Жорданова нормална форма на линеен оператор: единственост.
4. Жорданова нормална форма на линеен оператор: примери.
5. Теорема на Хамилтон-Кейли.
6. Унитарни пространства. Унитарни и ортогонални оператори.
7. Теорема на Ойлер за ортогоналните преобразования в  $\mathbb{R}^3$ .
8. Ермитови оператори. Собствени вектори и стойности.
9. Билинейни и квадратични форми.
10. Положително дефинитни квадратични форми. Метод на Якоби. Критерий на Силвестър.
11. Теорема за минимакса.
12. Модули над пръстени.
13. Доказателство на теоремата на Хамилтон-Кейли, използващо модули.
14. Области на главни идеали. Единственост на разлагането на прости елементи в област на главни идеали.
15. Структура на крайнопородените абелеви групи - съществуване.
16. Структура на крайнопородените абелеви групи - единственост.
17. Структура на крайнопородените модули над области на главни идеали.
18. Приложения на структурната теорема за крайно породени модули над области на главни идеали. Жорданова нормална форма.
19. Прости групи. Простота на алтернативната група  $A_n$ .
20. Простота на матричния пръстен  $M_n(F)$ .
21. Алгебрична обвивка на поле.
22. Сепарабелни и чисто несепарабелни разширения на полета. Примери.
23. Алгебрични и трансцендентни числа.

24. Трансцендентност на числата  $e$  и  $\pi$ .
25. Квадратични остатъци - критерий на Ойлер. Квадратичен закон за реципрочност. (елементарно доказателство)
26. Суми на Гаус. Доказателство на квадратичния закон за реципрочност чрез суми на Гаус.
27. Представяне на естествените числа като сума на квадрати.
28. Крайни полета.
29. Неразложими полиноми над крайни полета.
30. Доказателство на квадратичния закон за реципрочност чрез крайни полета.

**Ръководители:** ст. ас. Е. Михайлова, гл. ас. Б.Коцев, гл. ас. М.Стоянова, гл. ас. Т. Тодорова.

**Специалност:** всички специалности; курс: 1, 2, 3, 4.

**Анотация:** Целта на този учебен семинар е задълбочаване на знанията на студентите по алгебра. Ще бъдат разгледани, като допълнение на основните курсове по Линейна алгебра и Висша алгебра, следните теми: линейни пространства, линейни оператори, групи, пръстени и полета.

## Литература

- [1] К. Дочев, Линейна алгебра, 1977.
- [2] А. Б. Шидловский, Трансцендентные числа, 1987
- [3] А. И. Кострикин, Въведение в алгебрата, 1981
- [4] Пл. Сидеров, Записки по алгебра (линейна алгебра), 2001.
- [5] Пл. Сидеров, К. Чакърян, Записки по алгебра (висша алгебра), 2001.
- [6] А. Кострикин, Въведение в алгебрата, 1981.
- [7] Г. Генов, Ст. Миховски, Т. Моллов, Алгебра с теория на числата, 1991.
- [8] К. Айерленд, М. Роузен, Классическое введение в современную теорию чисел, 1987.
- [9] М. Постников, Введение в теорию алгебраических чисел, 1982.