

ОБОБЩЕНИЕ ОДНОЙ ТЕОРЕМЫ ГРИЙНВУДА И ГЛИССОНА
О ТРИЦВЕТНЫХ РАСКРАСКАХ РЕБЕР
ПОЛНОГО ГРАФА С 17 ВЕРШИНАМИ

Н. Д. Ненов

(Представлено членом-корреспондентом Я. Тагамлицким 16. IV. 1981)

1. Введение и формулировка основных результатов. Под обыкновенным графом будем понимать упорядоченную пару $G = (V(G), E(G))$, где $V(G)$ — конечное множество, а $E(G)$ — некоторое подмножество множества всех 2-элементных подмножеств $V(G)$. Будем рассматривать только обыкновенные графы. Если $v_1, v_2 \in V(G)$ и $[v_1, v_2] \in E(G)$ будем говорить, что вершины v_1 и v_2 смежны. Множество вершин v_1, \dots, v_p называется p -кликкой, если любые две из них смежны. Через $cl(G)$ обозначим наибольшее натуральное число p , для которого граф G имеет p -кликку. Это число называется кликовым числом графа G . Любое разложение

$$(1) \quad E(G) = E_1 \cup \dots \cup E_s, \quad E_i \cap E_j = \emptyset, \quad i \neq j,$$

называется s -раскраской ребер графа G . Для удобства будем говорить, что ребра множества E_i окрашены в i -ый цвет.

Определение 1. Пусть дана s -раскраска (1) ребер графа G . Если все ребра некоторой p -кликки графа G принадлежат множеству E_i (т. е. окрашены в i -тый цвет) будем говорить, что эта p -кликка является монохроматической p -кликкой i -ого цвета данной s -раскраски.

Определение 2. Будем говорить, что граф G является (p_1, \dots, p_s) -графом Рамсея, если для любой s -раскраски его ребер, существует $i, 1 \leq i \leq s$, такое, что имеется монохроматическая p_i -кликка i -ого цвета.

Определение 3. Будем говорить, что графа G является критическим (p_1, \dots, p_s) -графом Рамсея, если он является (p_1, \dots, p_s) -графом Рамсея, однако все его собственные подграфы не являются (p_1, \dots, p_s) -графами Рамсея.

В [5] доказано, что если $q \geq \max(p_1, \dots, p_s)$, тогда существует (p_1, \dots, p_s) -граф Рамсея G с $cl(G) = q$.

Пусть G_1 и G_2 — два графа без общих вершин. Следуя Зыкову [9] под соединением $G_1 + G_2$ графов G_1 и G_2 будем подразумевать граф G , для которого $V(G) = V(G_1) \cup V(G_2)$ и $E(G) = E(G_1) \cup E(G_2) \cup E'$, где E' состоит из всех 2-элементных множеств $[v_1, v_2]$, $v_1 \in V(G_1)$, $v_2 \in V(G_2)$.

Через C_n обозначим простой цикл длины n , а через K_n — полный граф с n вершинами. В [1] Грийнвуд и Глиссон доказали, что полный граф с 17 вершинами K_{17} является $(3, 3, 3)$ -графом Рамсея. В этой работе мы докажем следующее обобщение этого факта:

