

ПИСМЕН ИЗПИТ ПО ВИСША АЛГЕБРА 2

спец. Математика

16.02.2006 г.

Задача 1. Да се пресметне:

- а) $q = \frac{x_1}{2+x_1} + \frac{x_2}{2+x_2} + \frac{x_3}{2+x_3}$, където x_1, x_2, x_3 са корените на полинома $f(x) = x^3 + 2x^2 + 5x + 5$;
б) $R(f, g)$, където $f = x^4 + 7x + 1$, $g = x^3 - x + 5$.

Задача 2. Разглеждаме групата

$$G = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \mid a, b \in \mathbb{Z}_{19}; a \neq 0 \right\}.$$

- а) Да се докаже, че G притежава единствена силова 19-подгрупа H и $G/H \cong \mathbb{Z}_{19}^*$.
б) За всеки прост делител p на $|G|$, $p \neq 19$, да се посочи една конкретна p -подгрупа на G .

Задача 3. Нека K е полето на разлагане над \mathbb{Q} на полинома $f(x) = x^p - 2 \in \mathbb{Q}[x]$, p — просто число.

- а) Да се докаже, че K съдържа примитивен p -ти корен на 1.
б) Да се намери степента $[K : \mathbb{Q}]$.
в) Ако α е един корен на $f(x)$, да се докаже, че циклотомичният полином $\Phi_p(x)$ е неразложим над полето $\mathbb{Q}(\alpha)$.

ПИСМЕН ИЗПИТ ПО ВИСША АЛГЕБРА 2

спец. Математика

16.02.2006 г.

Задача 1. Да се пресметне:

- а) $q = \frac{x_1}{2+x_1} + \frac{x_2}{2+x_2} + \frac{x_3}{2+x_3}$, където x_1, x_2, x_3 са корените на полинома $f(x) = x^3 + 2x^2 + 5x + 5$;
б) $R(f, g)$, където $f = x^4 + 7x + 1$, $g = x^3 - x + 5$.

Задача 2. Разглеждаме групата

$$G = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \mid a, b \in \mathbb{Z}_{19}; a \neq 0 \right\}.$$

- а) Да се докаже, че G притежава единствена силова 19-подгрупа H и $G/H \cong \mathbb{Z}_{19}^*$.
б) За всеки прост делител p на $|G|$, $p \neq 19$, да се посочи една конкретна p -подгрупа на G .

Задача 3. Нека K е полето на разлагане над \mathbb{Q} на полинома $f(x) = x^p - 2 \in \mathbb{Q}[x]$, p — просто число.

- а) Да се докаже, че K съдържа примитивен p -ти корен на 1.
б) Да се намери степента $[K : \mathbb{Q}]$.
в) Ако α е един корен на $f(x)$, да се докаже, че циклотомичният полином $\Phi_p(x)$ е неразложим над полето $\mathbb{Q}(\alpha)$.