

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
<b>1</b>					
Име:					

ПИСМЕН ИЗПИТ ПО ВИСША АЛГЕБРА  
 Специалности "Приложна математика", "Статистика"  
 14 Юни 2008

**Задача 1.** Спрямо даден ортонормиран базис на  $\mathbb{R}^3$  линейният оператор  $\varphi$  има матрица  $A$ . Да се намери ортонормиран базис на  $\mathbb{R}^3$ , в който  $\varphi$  има диагонална матрица  $D$ , както и тази диагонална матрица  $D$ , където:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

**Задача 2.** Нека  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  са корените на уравнението  $x^3 + px + q = 0$ . Да се изрази чрез  $p$  и  $q$  симетричният полином на  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$

$$f(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3) = 2\alpha_1^4 + 2\alpha_2^4 + 2\alpha_3^4 + \alpha_1^4\alpha_2 + \alpha_1\alpha_2^4 + \alpha_1^4\alpha_3 + \alpha_1\alpha_3^4 + \alpha_2^4\alpha_3 + \alpha_2\alpha_3^4.$$

**Задача 3.** Нека  $\mathbb{R}$  е полето на реалните числа и  $GL_n(\mathbb{R})$  е съвкупността от  $n \times n$  матриците с реални коефициенти и детерминанта различна от нула. Разглеждаме

$$L_n(\mathbb{R}) = \{ A \in GL_n(\mathbb{R}) : \det A = \pm 1 \}.$$

Докажете, че:

- (а)  $L_n(\mathbb{R}) \triangleleft GL_n(\mathbb{R})$ ;
- (б) фактор-групата  $GL_n(\mathbb{R})/L_n(\mathbb{R})$  е абелева.

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
<b>2</b>					
Име:					

ПИСМЕН ИЗПИТ ПО ВИСША АЛГЕБРА  
 Специалности "Приложна математика", "Статистика"  
 14 Юни 2008

**Задача 1.** Спрямо даден ортонормиран базис на  $\mathbb{R}^3$  линейният оператор  $\varphi$  има матрица  $A$ . Да се намери ортонормиран базис на  $\mathbb{R}^3$ , в който  $\varphi$  има диагонална матрица  $D$ , както и тази диагонална матрица  $D$ , където:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & -1 \\ 2 & 5 & -2 \\ -1 & -2 & 2 \end{pmatrix}.$$

**Задача 2.** Нека  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  са корените на уравнението  $x^3 + px + q = 0$ . Да се изрази чрез  $p$  и  $q$  симетричният полином на  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$

$$f(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3) = 2\alpha_1^5 + 2\alpha_2^5 + 2\alpha_3^5 + \alpha_1^3\alpha_2 + \alpha_1\alpha_2^3 + \alpha_1^3\alpha_3 + \alpha_1\alpha_3^3 + \alpha_2^3\alpha_3 + \alpha_2\alpha_3^3.$$

**Задача 3.** Нека  $\mathbb{R}$  е полето на реалните числа и  $GL_n(\mathbb{R})$  е съвкупността от  $n \times n$  матриците с реални коефициенти и детерминанта различна от нула. Разглеждаме

$$L_n(\mathbb{R}) = \{ A \in GL_n(\mathbb{R}) : \det A = \pm 1 \}.$$

Докажете, че:

- (а)  $L_n(\mathbb{R}) \triangleleft GL_n(\mathbb{R})$ ;
- (б) фактор-групата  $GL_n(\mathbb{R})/L_n(\mathbb{R})$  е абелева.

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
<b>3</b>					
Име:					

ПИСМЕН ИЗПИТ ПО ВИСША АЛГЕБРА  
 Специалности "Приложна математика", "Статистика"  
 14 Юни 2008

**Задача 1.** Спрямо даден ортонормиран базис на  $\mathbb{R}^3$  линейният оператор  $\varphi$  има матрица  $A$ . Да се намери ортонормиран базис на  $\mathbb{R}^3$ , в който  $\varphi$  има диагонална матрица  $D$ , както и тази диагонална матрица  $D$ , където:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

**Задача 2.** Нека  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  са корените на уравнението  $x^3 + px + q = 0$ . Да се изрази чрез  $p$  и  $q$  симетричният полином на  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$

$$f(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3) = \alpha_1^4 + \alpha_2^4 + \alpha_3^4 + 2\alpha_1^4\alpha_2 + 2\alpha_1\alpha_2^4 + 2\alpha_1^4\alpha_3 + 2\alpha_1\alpha_3^4 + 2\alpha_2^4\alpha_3 + 2\alpha_2\alpha_3^4.$$

**Задача 3.** Нека  $\mathbb{R}$  е полето на реалните числа и  $GL_n(\mathbb{R})$  е съвкупността от  $n \times n$  матриците с реални коефициенти и детерминанта различна от нула. Разглеждаме

$$L_n(\mathbb{R}) = \{ A \in GL_n(\mathbb{R}) : \det A = \pm 1 \}.$$

Докажете, че:

- (а)  $L_n(\mathbb{R}) \triangleleft GL_n(\mathbb{R})$ ;
- (б) фактор-групата  $GL_n(\mathbb{R})/L_n(\mathbb{R})$  е абелева.

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
<b>4</b>					
Име:					

ПИСМЕН ИЗПИТ ПО ВИСША АЛГЕБРА  
 Специалности "Приложна математика", "Статистика"  
 14 Юни 2008

**Задача 1.** Спрямо даден ортонормиран базис на  $\mathbb{R}^3$  линейният оператор  $\varphi$  има матрица  $A$ . Да се намери ортонормиран базис на  $\mathbb{R}^3$ , в който  $\varphi$  има диагонална матрица  $D$ , както и тази диагонална матрица  $D$ , където:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 1 \\ -2 & 5 & -2 \\ 1 & -2 & 2 \end{pmatrix}.$$

**Задача 2.** Нека  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  са корените на уравнението  $x^3 + px + q = 0$ . Да се изрази чрез  $p$  и  $q$  симетричният полином на  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$

$$f(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3) = \alpha_1^5 + \alpha_2^5 + \alpha_3^5 + 2\alpha_1^3\alpha_2 + 2\alpha_1\alpha_2^3 + 2\alpha_1^3\alpha_3 + 2\alpha_1\alpha_3^3 + 2\alpha_2^3\alpha_3 + 2\alpha_2\alpha_3^3.$$

**Задача 3.** Нека  $\mathbb{R}$  е полето на реалните числа и  $GL_n(\mathbb{R})$  е съвкупността от  $n \times n$  матриците с реални коефициенти и детерминанта различна от нула. Разглеждаме

$$L_n(\mathbb{R}) = \{ A \in GL_n(\mathbb{R}) : \det A = \pm 1 \}.$$

Докажете, че:

- (а)  $L_n(\mathbb{R}) \triangleleft GL_n(\mathbb{R})$ ;
- (б) фактор-групата  $GL_n(\mathbb{R})/L_n(\mathbb{R})$  е абелева.