

ПИСМЕН ИЗПИТ ПО ВИСША АЛГЕБРА I
специалност Математика
10.09.2004

Задача 1. Да се напишат обратимите елементи и техните обратни в пръстена \mathbb{Z}_{18} . Колко обратими елемента има в пръстена \mathbb{Z}_{625} ?

Задача 2. Да се определи кои от следните числа са прости в пръстена $\mathbb{Z}[i]$:
 $1 - i$, 2 , 5 , 7 , $3 + 2i$, $3 + i$.

Задача 3. Нека $I = \{ f(x) \in \mathbb{Z}[x] \mid f(0) \text{ се дели на } 10 \}$. Да се докаже, че $I \trianglelefteq \mathbb{Z}[x]$ и $\mathbb{Z}[x]/I \cong \mathbb{Z}_{10}$.

Задача 4. Да се докаже, че множеството $G = \{ A \in M_n(\mathbb{Q}) \mid \det A = \pm 1 \}$ е група (относно умножението на матрици), $H = \{ B \in M_n(\mathbb{Q}) \mid \det B = 1 \}$ е нормална подгрупа на G и $G/H \cong \mathbb{C}_2$.