

ПИСМЕН ИЗПИТ ПО ВИСША АЛГЕБРА

специалност Математика и Информатика

Вариант 1, 1 юли 2011г.

Име:
Факултетен №

Задача 1. В множеството \mathbb{R}^2 на наредените двойки реални числа е зададена операцията

$$(x_1, y_1) \circ (x_2, y_2) = (x_1 + x_2, y_1 e^{2x_2} + y_2 e^{-x_1}).$$

Да се докаже, че (\mathbb{R}^2, \circ) е група.

Задача 2. Да се докаже, че:

(а) множеството

$$R = \left\{ \begin{pmatrix} p & q \\ 0 & p \end{pmatrix} \mid p, q \in \mathbb{Q} \right\}$$

е подпръстен на пръстена $\mathbb{Q}_{2 \times 2}$ на 2×2 -матриците с рационални елементи;

(б) изображението

$$\varphi : R \longrightarrow \mathbb{Q},$$

$$\varphi \left(\begin{pmatrix} p & q \\ 0 & p \end{pmatrix} \right) = p$$

е епиморфизъм на пръстени;

(в) множеството

$$I = \left\{ \begin{pmatrix} 0 & q \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \mid q \in \mathbb{Q} \right\}$$

е идеал на R .

Задача 3. Да се намери стойността на симетричната рационална функция

$$\begin{aligned} \Sigma(x_1, x_2, x_3) &= \frac{x_3}{(3x_2 + 3x_3 + 4x_1)(3x_3 + 3x_1 + 4x_2)} + \\ &+ \frac{x_1}{(3x_3 + 3x_1 + 4x_2)(3x_1 + 3x_2 + 4x_3)} + \\ &+ \frac{x_2}{(3x_1 + 3x_2 + 4x_3)(3x_2 + 3x_3 + 4x_1)} \end{aligned}$$

в корените x_1, x_2, x_3 на полинома

$$f(x) = x^3 + 3x + 6.$$

Задача 4. Да се намери резултантата $R(f, g)$ на полиномите

$$f(x) = x^4 - 4x^2 + x - 1, g(x) = x^3 - 4x + 2 \in \mathbb{Q}[x].$$

ПИСМЕН ИЗПИТ ПО ВИСША АЛГЕБРА

специалност Математика и Информатика

Вариант 2, 1 юли 2011г.

Име:
Факултетен №

Задача 1. В множеството \mathbb{R}^2 на наредените двойки реални числа е зададена операцията

$$(x_1, y_1) \circ (x_2, y_2) = (x_1 + x_2, y_1 e^{-x_2} + y_2 e^{2x_1}).$$

Да се докаже, че (\mathbb{R}^2, \circ) е група.

Задача 2. Да се докаже, че:

(а) множеството

$$R = \left\{ \begin{pmatrix} p & q \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \mid p, q \in \mathbb{Q} \right\}$$

е подпръстен на пръстена $\mathbb{Q}_{2 \times 2}$ на 2×2 -матриците с рационални елементи;

(б) изображението

$$\varphi : R \longrightarrow \mathbb{Q},$$

$$\varphi \left(\begin{pmatrix} p & q \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right) = p$$

е епиморфизъм на пръстени;

(в) множеството

$$I = \left\{ \begin{pmatrix} 0 & q \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \mid q \in \mathbb{Q} \right\}$$

е идеал на R .

Задача 3. Да се намери стойността на симетричната рационална функция

$$\begin{aligned} \Sigma(x_1, x_2, x_3) &= \frac{x_3}{(2x_2 + 2x_3 + 3x_1)(2x_3 + 2x_1 + 3x_2)} + \\ &+ \frac{x_1}{(2x_3 + 2x_1 + 3x_2)(2x_1 + 2x_2 + 3x_3)} + \\ &+ \frac{x_2}{(2x_1 + 2x_2 + 3x_3)(2x_2 + 2x_3 + 3x_1)} \end{aligned}$$

в корените x_1, x_2, x_3 на полинома

$$f(x) = x^3 + 2x + 4.$$

Задача 4. Да се намери резултантата $R(f, g)$ на полиномите

$$f(x) = x^4 + 5x^2 - 2x + 1, g(x) = x^3 + 5x - 1 \in \mathbb{Q}[x].$$

ПИСМЕН ИЗПИТ ПО ВИСША АЛГЕБРА

специалност Математика и Информатика

Вариант 3, 1 юли 2011г.

Име:
Факултетен №

Задача 1. В множеството \mathbb{R}^2 на наредените двойки реални числа е зададена операцията

$$(x_1, y_1) \circ (x_2, y_2) = (x_1 + x_2, y_1 e^{x_2} + y_2 e^{2x_1}).$$

Да се докаже, че (\mathbb{R}^2, \circ) е група.

Задача 2. Да се докаже, че:

(а) множеството

$$R = \left\{ \begin{pmatrix} p & 0 \\ q & p \end{pmatrix} \mid p, q \in \mathbb{Q} \right\}$$

е подгръстен на пръстена $\mathbb{Q}_{2 \times 2}$ на 2×2 -матриците с рационални елементи;

(б) изображението

$$\varphi : R \longrightarrow \mathbb{Q},$$

$$\varphi \begin{pmatrix} p & 0 \\ q & p \end{pmatrix} = p$$

е епиморфизъм на пръстени;

(в) множеството

$$I = \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ q & 0 \end{pmatrix} \mid q \in \mathbb{Q} \right\}$$

е идеал на R .

Задача 3. Да се намери стойността на симетричната рационална функция

$$\begin{aligned} \Sigma(x_1, x_2, x_3) &= \frac{x_3}{(3x_2 + 3x_3 + 2x_1)(3x_3 + 3x_1 + 2x_2)} + \\ &+ \frac{x_1}{(3x_3 + 3x_1 + 2x_2)(3x_1 + 3x_2 + 2x_3)} + \\ &+ \frac{x_2}{(3x_1 + 3x_2 + 2x_3)(3x_2 + 3x_3 + 2x_1)} \end{aligned}$$

в корените x_1, x_2, x_3 на полинома

$$f(x) = x^3 - 3x - 6.$$

Задача 4. Да се намери резултантата $R(f, g)$ на полиномите

$$f(x) = x^4 - 4x^2 - x - 1, g(x) = x^3 - 4x - 2 \in \mathbb{Q}[x].$$

ПИСМЕН ИЗПИТ ПО ВИСША АЛГЕБРА

специалност Математика и Информатика

Вариант 4, 1 юли 2011г.

Име:
Факултетен №

Задача 1. В множеството \mathbb{R}^2 на наредените двойки реални числа е зададена операцията

$$(x_1, y_1) \circ (x_2, y_2) = (x_1 + x_2, y_1 e^{2x_2} + y_2 e^{x_1}).$$

Да се докаже, че (\mathbb{R}^2, \circ) е група.

Задача 2. Да се докаже, че:

(а) множеството

$$R = \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ p & q \end{pmatrix} \mid p, q \in \mathbb{Q} \right\}$$

е подгръстен на пръстена $\mathbb{Q}_{2 \times 2}$ на 2×2 -матриците с рационални елементи;

(б) изображението

$$\varphi : R \longrightarrow \mathbb{Q},$$

$$\varphi \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ p & q \end{pmatrix} = q$$

е епиморфизъм на пръстени;

(в) множеството

$$I = \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ p & 0 \end{pmatrix} \mid p \in \mathbb{Q} \right\}$$

е идеал на R .

Задача 3. Да се намери стойността на симетричната рационална функция

$$\begin{aligned} \Sigma(x_1, x_2, x_3) &= \frac{x_3}{(4x_2 + 4x_3 + 3x_1)(4x_3 + 4x_1 + 3x_2)} + \\ &+ \frac{x_1}{(4x_3 + 4x_1 + 3x_2)(4x_1 + 4x_2 + 3x_3)} + \\ &+ \frac{x_2}{(4x_1 + 4x_2 + 3x_3)(4x_2 + 4x_3 + 3x_1)} \end{aligned}$$

в корените x_1, x_2, x_3 на полинома

$$f(x) = x^3 - 2x - 4.$$

Задача 4. Да се намери резултантата $R(f, g)$ на полиномите

$$f(x) = x^4 + 5x^2 + 2x + 1, g(x) = x^3 + 5x + 1 \in \mathbb{Q}[x].$$