Примерни въпроси за втори тест — теория

Въпрос 1. Какъв е векторът $\overrightarrow{v}(a,b)$ спрямо правата $l: ax+by+c=0$ в ортонормирана координатна система.

а) перпендикулярен; б) успореден.

Въпрос 2. Какъв е векторът $\overrightarrow{v}(-b,a)$ спрямо правата $l: ax+by+c=0$ в ортонормирана координатна система.

а) перпендикулярен; б) успореден.

Въпрос 3. Кога правите $l_1: a_1x+b_1y+c_1=0$ и $l_2: a_2x+b_2y+c_2=0$ са

а) успоредни; б) съвпадат; в) пресичащи се; г) перпендикулярни.

Въпрос 4. Кога равнините $\alpha: a_1x+b_1y+c_1z+d_1=0$ и $\beta: a_2x+b_2y+c_2z+d_2=0$ са

а) успоредни; б) съвпадат; в) пресичащи се.

Въпрос 5. Кога правите $l_1: \left|\begin{array}{l} x=x_0+a\lambda \\ y=y_0+b\lambda \\ z=z_0+c\lambda \end{array}\right.$ и $l_2: \left|\begin{array}{l} x=x_0'+a_1\lambda \\ y=y_0'+b_1\lambda \\ z=z_0'+c_1\lambda \end{array}\right.$ са

а) успоредни; б) съвпадат; в) пресичащи се.

Въпрос 6. Кога правата $l: \left|\begin{array}{l} x=x_0+a\lambda \\ y=y_0+b\lambda \\ z=z_0+c\lambda \end{array}\right.$ и равнината $\alpha: a_1x+b_1y+c_1z+d_1=0$

а) се пресичат; б) са успоредни; в) са перпендикулярни; г) правата лежи в равнината.

Въпрос 7. От каква степен са неразложимите множители с реални (комплексни) коефициенти, на които се разлага всеки полином с реални (комплексни) коефициенти?

а) само от втора; б) само от първа;

в) от първа и квадратните тричлени с отрицателна дискриминанта.

Въпрос 8. Линеен оператор ли е изображението в пространството на квадратните матрици от втори ред:

а) $f(x)=Ax$, където A е фиксирана матрица от втори ред;

б) $f(x)=Ax+E$, където A е фиксирана матрица от втори ред, а $E=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$.

Въпрос 9. Ако f е линеен оператор, а векторите u и v са линейно независими вектори, то $f(u)$ и $f(v)$ са:

а) линейно зависими; б) линейно независими; в) не може да се определи.

Въпрос 10. Определете ядрото и образа на операторатора „диференциране“ в пространството от полиномите от степен по-малка или равна на n.

Въпрос 11. Нека φ е линеен оператор. Тогава нулевият вектор е собствен вектор за φ.

а) да; б) не; в) само когато числото 0 е собствена стойност на φ.

Въпрос 12. Може ли числото 0 да е собствена стойност на линеен оператор? Обосновете се!

Въпрос 13. Какви са собствените вектори, съответстващи на различни собствени стойности:

а) успоредни; б) линейно независими; в) не може да се определи.

Въпрос 14. Детерминантата на всяка ортогонална матрица е:

а) 1; б) -1; в) ±1; г) не може да се каже.

Въпрос 15. Характеристичните корени на симетрична матрица са:
а) различни помежду си; б) реални числа; в)не може да се каже.

Въпрос 16. Ако за линейния оператор f в евклидово пространство е изпълнено $(f(x), y) = (x, f(y))$ (или $(f(x), f(y)) = (x, y)$) за всеки два вектора x и y от пространството, то f е:
а) симетричен оператор; б) ортогонален оператор.

Въпрос 17. За кои от следните оператори винаги съществува базис на пространството, в който матриците им са диагонални:
а) оператор с прост спектър в линейно пространство;
б) ортогонален оператор в евклидово пространство;
в) симетричен оператор в евклидово пространство;
г) за произволен линеен оператор.

Въпрос 18. Вярно ли е твърдението, че ако съществува базис на пространството, в който матрицата на линеен оператор f е диагонална, то:
а) f е с прост спектър; б) f е ортогонален; в) f е симетричен.
Ако отговорът Ви е „не“, дайте пример.

Въпрос 19. Определете вида на кривата в равнината. Запишете координатите на фокусите ѝ, определете ексцентрицитета ѝ и напишете уравнението на допирателната ѝ в точката $M(x_0, y_0)$ от кривата:
а) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$; б) $(x-\alpha)^2 + (y-\beta)^2 = r^2$; в) $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$; г) $y^2 = 2px$.

Въпрос 20. Определете вида на повърхнината от втора степен в пространството, както и вида на сечението ѝ с равнини успоредни на координатните равнини:
а) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$; б) $(x-\alpha)^2 + (y-\beta)^2 + (z-\gamma)^2 = r^2$; в) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$;
г) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = -1$; д) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 0$; е) $z = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2}$; ж) $z = \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2}$;
з) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$; и) $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$; й) $y^2 = 2px$; к) $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 0$.