

Примерни въпроси за първи тест — теория

Въпрос 1. Ако $z = a + bi$, определете \bar{z} , $|z|$, както и $\cos \varphi$ и $\sin \varphi$, където $\varphi = \arg z$.

Въпрос 2. Напишете формулите на Моавър за степенуване и коренуване.

Въпрос 3. Напишете определение за числово поле.

Въпрос 4. Ако A , B , C са произволни квадратни матрици от еднакъв тип, изберете верните твърдения:

а) $AB = BA$; б) $(AB)C = A(BC)$; в) $(A + B)C = AC + BC$.

Въпрос 5. Напишете определение за линейно пространство.

Въпрос 6. Напишете определение за линейна обвивка.

Въпрос 7. Напишете определение за линейно подпространство.

Въпрос 8. Формулирайте основната лема на линейната алгебра.

Въпрос 9. Напишете определение за линейна зависимост на вектори.

Въпрос 10. Напишете определение за линейна независимост на вектори.

Въпрос 11. Формулирайте теоремата за размерността на сумата на две подпространства.

Въпрос 12. Напишете определение за базис на линейно пространство.

Въпрос 13. Линейно независими или линейно зависими са векторите:

а) $u = \mathbf{o}$ и v -произволен; б) a и $3a$ при произволен вектор a ;
в) a , b и c , ако те са вектори от двумерно пространство.

Въпрос 14. Ако $\det A = \begin{vmatrix} 2a & 4b \\ 2c & 6d \end{vmatrix}$, изберете верните твърдения:

а) $\det A = 2 \begin{vmatrix} a & 2b \\ c & 3d \end{vmatrix}$; б) $\det A = 2 \begin{vmatrix} a & 4b \\ 2c & 3d \end{vmatrix}$; в) $\det A = \begin{vmatrix} 2a & 4b \\ 2c & 4d \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 2a & 4b \\ 0 & 2d \end{vmatrix}$.

Въпрос 15. Участва ли и с какъв знак в развитието на детерминантата на $A = (a_{ij})$:

а) $a_{11}a_{23}a_{14}a_{32}$; б) $a_{12}a_{23}a_{34}a_{41}$.

Въпрос 16. Променя ли се и как детерминантата на A при:

а) Смяна на местата на два реда;
б) Умножаване на стълб с число различно от нула;
в) Умножаване на ред с число и прибавяне към друг ред.

Въпрос 17. Особена или неособена е квадратната матрица A , чиито редове са линейно зависими?

Въпрос 18. Развийте по втори ред детерминантата $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 0 \end{vmatrix}$. Колко е A_{32} ?

Въпрос 19. Колко е стойността на детерминантата $\begin{vmatrix} a & a & \dots & a & a & 4 \\ a & a & \dots & a & 4 & 0 \\ a & a & \dots & 4 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a & 4 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}_{n \times n}$

Въпрос 20. Изберете вярното за стойността на детерминантата $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \end{vmatrix}$:

- а) $(b - a)(c - a)(c - b)$; б) $(a - b)(a - c)(b - c)$; в) $(a + b)(a + c)(b + c)$.

Въпрос 21. Формулирайте теоремата на Руше.

Въпрос 22. На колко е равна сумата $a_{21}A_{11} + a_{22}A_{12} + a_{23}A_{13} + \dots + a_{2n}A_{1n}$, където $A = (a_{ij})$ е квадратна матрица от n -и ред?

Въпрос 23. Ако една матрица е обратима, то:

- а) Тя е особена; б) Тя е неособена; в) Не може да се определи.

Въпрос 24. Намерете $\det A^{-1}$, ако $\det A = c \neq 0$.

Въпрос 25. Нека A и B са квадратни матрици от еднакъв ред. Изберете верните твърдения.

- а) $\det(A + B) = \det A + \det B$; б) $\det(AB) = \det A \det B$; в) $\det AB = \det BA$; г) $\det AB = \det(B^t A^t)$.

Въпрос 26. Напишете определение за ранг на матрица.

Въпрос 27. Формулирайте теоремата за ранга.

Въпрос 28. На колко е равен рангът на неособена квадратна матрица от ред n ?

Въпрос 29. Намерете ранга на $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \end{pmatrix}$.

Въпрос 30. Нека матрицата A е от тип 3×4 . Кое от числата 0, 1, 2, 3, 4 и 5 може да бъде ранг на A ?

Въпрос 31. Напишете определение за скалярно произведение в евклидово пространство.

Въпрос 32. Напишете определение за ортогонални вектори в евклидово пространство.

Въпрос 33. Напишете определение за дължина на вектор в евклидово пространство.

Въпрос 34. Напишете определение за ортогонален базис в евклидово пространство.

Въпрос 35. Напишете определение за ортонормиран базис в евклидово пространство.

Въпрос 36. Всяко ли ненулево крайномерно евклидово пространство има ортогонален базис? А ортонормиран?

Въпрос 37. Линейно независими или линейни зависими са два по два ортогонални и ненулеви вектори?

Въпрос 38. Формулирайте неравенството на Коши-Буняковски.

Въпрос 39. Колинеарни или не са векторите $(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n)$ и $(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n)$ в евклидовото пространство \mathbb{R}^n , ако $|\alpha_1\beta_1 + \alpha_2\beta_2 + \dots + \alpha_n\beta_n| = \sqrt{\alpha_1^2 + \alpha_2^2 + \dots + \alpha_n^2} \sqrt{\beta_1^2 + \beta_2^2 + \dots + \beta_n^2}$?

Въпрос 40. Ако $A(\alpha_1, \beta_1, \gamma_1)$ и $B(\alpha_2, \beta_2, \gamma_2)$, определете координатите на точката M , за която $\overline{AM} = 3\overline{MB}$.

Въпрос 41. Ако точките A, B, C и D лежат в една равнина, колко е смесеното произведение $\overline{AB} \overline{AC} \overline{AD}$?

Въпрос 42. Ако $\vec{b} = 3\vec{a}$, колко е $\vec{a} \times \vec{b}$?

Въпрос 43. Нека \vec{a} , \vec{b} и \vec{c} са произволни вектори. Изберете верните твърдения:

- а) $\vec{a}\vec{b} = \vec{b}\vec{a}$; б) $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{b} \times \vec{a}$; в) $\vec{a} \times \vec{b} = -\vec{b} \times \vec{a}$; г) $(\vec{a} + \vec{b}) \times \vec{c} = \vec{a} \times \vec{c} + \vec{b} \times \vec{c}$.

Въпрос 44. Скалар или вектор е:

- а) Скаларното произведение на два вектора; б) Векторното произведение на два вектора;
в) Смесеното произведение на три вектора.

Въпрос 45. Ако $|\vec{p}| = |\vec{q}| = 2$ и ъгълът между \vec{p} и \vec{q} е 60° , намерете $|\vec{a}|$, $|\vec{b}|$ и косинуса на ъгъла между \vec{a} и \vec{b} , където $\vec{a} = 2\vec{p} - \vec{q}$ и $\vec{b} = \vec{p} + \vec{q}$.

Въпрос 46. Нека $O(0, 0, 0)$, $A(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$, $B(\beta_1, \beta_2, \beta_3)$ и $C(\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3)$. Намерете:

- а) $|\vec{AB}|$; б) Косинуса на ъгъла между \vec{OA} и \vec{OB} ; в) Лицето на $\triangle OAB$;
г) Обема на тетраедъра $OABC$.