

ИЗПИТ ПО АЛГЕБРА II  
спец. КОМПЮТЪРНИ НАУКИ  
17.06.2010 г.  
ВАРИАНТ 1

**Задача 1.** Нека  $a$  е цяло число, такова че  $a^7 \not\equiv a \pmod{13}$ .  
Докажете, че  $a^{78} + 1 \equiv 0 \pmod{169}$ .

**Задача 2.** Нека е даден пръстена  $\mathbb{Z}_{124}$ .  
а) Да се намерят всички идеали в пръстена;  
б) Да се намерят всички максимални идеали в пръстена.

**Задача 3.** Нека  $G = \{(x, y) | x, y \in \mathbb{R}\}$ . В  $G$  въвеждаме бинарна операция по правилото  $(x_1, y_1) \circ (x_2, y_2) = (x_1 + x_2, y_1 e^{-x_2} + y_2 e^{x_1})$ .  
а) Да се докаже, че  $G$  е група относно така въведената операция;  
б) Докажете, че  $M = \{(0, y) | y \in \mathbb{R}\} \triangleleft G$ ,  $M \cong \mathbb{R}$  и  $G/M \cong \mathbb{R}$ .

**Задача 4.** Да се намери остатъкът при делението на полинома  $f$  с полинома  $g$ , ако:  
 $f = 2x^n + 6x^{n-1} + 7x$   
 $g = x^3 + x^2 - 5x + 3$ .

ИЗПИТ ПО АЛГЕБРА II  
спец. КОМПЮТЪРНИ НАУКИ  
17.06.2010 г.  
ВАРИАНТ 3

**Задача 1.** Нека  $a$  е цяло число, такова че  $a^7 \not\equiv a \pmod{13}$ .  
Докажете, че  $a^{78} + 1 \equiv 0 \pmod{169}$ .

**Задача 2.** Нека е даден пръстена  $\mathbb{Z}_{171}$ .  
а) Да се намерят всички идеали в пръстена;  
б) Да се намерят всички максимални идеали в пръстена.

**Задача 3.** Нека  $G = \{(x, y) | x, y \in \mathbb{R}\}$ . В  $G$  въвеждаме бинарна операция по правилото  $(x_1, y_1) \circ (x_2, y_2) = (x_1 + x_2, y_1 e^{-x_2} + y_2 e^{x_1})$ .  
а) Да се докаже, че  $G$  е група относно така въведената операция;  
б) Докажете, че  $M = \{(0, y) | y \in \mathbb{R}\} \triangleleft G$ ,  $M \cong \mathbb{R}$  и  $G/M \cong \mathbb{R}$ .

**Задача 4.** Да се намери остатъкът при делението на полинома  $f$  с полинома  $g$ , ако:  
 $f = 5x^n + 10x^{n-1} + x$   
 $g = x^3 + 3x^2 - 4$ .

ИЗПИТ ПО АЛГЕБРА II  
спец. КОМПЮТЪРНИ НАУКИ  
17.06.2010 г.  
ВАРИАНТ 2

**Задача 1.** Нека  $a$  е цяло число, такова че  $a^7 \not\equiv a \pmod{13}$ .  
Докажете, че  $a^{78} + 1 \equiv 0 \pmod{169}$ .

**Задача 2.** Нека е даден пръстена  $\mathbb{Z}_{148}$ .  
а) Да се намерят всички идеали в пръстена;  
б) Да се намерят всички максимални идеали в пръстена.

**Задача 3.** Нека  $G = \{(x, y) | x, y \in \mathbb{R}\}$ . В  $G$  въвеждаме бинарна операция по правилото  $(x_1, y_1) \circ (x_2, y_2) = (x_1 + x_2, y_1 e^{-x_2} + y_2 e^{x_1})$ .  
а) Да се докаже, че  $G$  е група относно така въведената операция;  
б) Докажете, че  $M = \{(0, y) | y \in \mathbb{R}\} \triangleleft G$ ,  $M \cong \mathbb{R}$  и  $G/M \cong \mathbb{R}$ .

**Задача 4.** Да се намери остатъкът при делението на полинома  $f$  с полинома  $g$ , ако:  
 $f = 2x^n + 6x^{n-1} + 7x$   
 $g = x^3 + 5x^2 + 3x - 9$ .

ИЗПИТ ПО АЛГЕБРА II  
спец. КОМПЮТЪРНИ НАУКИ  
17.06.2010 г.  
ВАРИАНТ 4

**Задача 1.** Нека  $a$  е цяло число, такова че  $a^7 \not\equiv a \pmod{13}$ .  
Докажете, че  $a^{78} + 1 \equiv 0 \pmod{169}$ .

**Задача 2.** Нека е даден пръстена  $\mathbb{Z}_{153}$ .  
а) Да се намерят всички идеали в пръстена;  
б) Да се намерят всички максимални идеали в пръстена.

**Задача 3.** Нека  $G = \{(x, y) | x, y \in \mathbb{R}\}$ . В  $G$  въвеждаме бинарна операция по правилото  $(x_1, y_1) \circ (x_2, y_2) = (x_1 + x_2, y_1 e^{-x_2} + y_2 e^{x_1})$ .  
а) Да се докаже, че  $G$  е група относно така въведената операция;  
б) Докажете, че  $M = \{(0, y) | y \in \mathbb{R}\} \triangleleft G$ ,  $M \cong \mathbb{R}$  и  $G/M \cong \mathbb{R}$ .

**Задача 4.** Да се намери остатъкът при делението на полинома  $f$  с полинома  $g$ , ако:  
 $f = 5x^n + 10x^{n-1} + x$   
 $g = x^3 - 3x + 2$ .