

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
<b>1</b>					
Име:					

Писмен изпит по висша алгебра  
 спец. Компютърни науки  
 30.06. 2007 г.

**Задача 1.** Да се намери остатъкът от делението на  $2^{1000} + 3^{1000}$  с 34.

**Задача 2.** Нека  $K = \{(1), (12)(34), (13)(24), (14)(23)\}$ .

- а) Докажете, че  $K \triangleleft S_4$ ;  
 б) Намерете всички нормални подгрупи на  $S_4$ ;  
 в) Намерете група, изоморфна на  $S_4/K$ .

**Задача 3.** Нека  $M = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix} \mid a, b \in \mathbb{Z} \right\}$  и  $I = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix} \in M \mid a \equiv b \pmod{2} \right\}$ . Докажете, че  $M$  е комутативен пръстен,  $I \trianglelefteq M$  и  $M/I \cong \mathbb{Z}_2$ .

**Задача 4.** Да се изрази чрез  $p$  и  $q$  симетричната функция  $F$  от корените  $x_1, x_2, x_3$  на полинома  $f(x) = x^3 + px + q$ , където

$$F = \frac{x_1}{x_2^2 - x_2x_3 + x_3^2} + \frac{x_2}{x_1^2 - x_1x_3 + x_3^2} + \frac{x_3}{x_1^2 - x_1x_2 + x_2^2}.$$

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
<b>3</b>					
Име:					

Писмен изпит по висша алгебра  
 спец. Компютърни науки  
 30.06. 2007 г.

**Задача 9.** Да се намери остатъкът от делението на  $2^{1000} + 3^{1000}$  с 34.

**Задача 10.** Нека  $K = \{(1), (12)(34), (13)(24), (14)(23)\}$ .

- а) Докажете, че  $K \triangleleft S_4$ ;  
 б) Намерете всички нормални подгрупи на  $S_4$ ;  
 в) Намерете група, изоморфна на  $S_4/K$ .

**Задача 11.** Нека  $M = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix} \mid a, b \in \mathbb{Z} \right\}$  и  $I = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix} \in M \mid a \equiv b \pmod{2} \right\}$ . Докажете, че  $M$  е комутативен пръстен,  $I \trianglelefteq M$  и  $M/I \cong \mathbb{Z}_2$ .

**Задача 12.** Да се изрази чрез  $p$  и  $q$  симетричната функция  $F$  от корените  $x_1, x_2, x_3$  на полинома  $f(x) = x^3 + px + q$ , където

$$F = \frac{x_1}{x_2^2 - x_2x_3 + x_3^2} + \frac{x_2}{x_1^2 - x_1x_3 + x_3^2} + \frac{x_3}{x_1^2 - x_1x_2 + x_2^2}.$$

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
<b>2</b>					
Име:					

Писмен изпит по висша алгебра  
 спец. Компютърни науки  
 30.06. 2007 г.

**Задача 5.** Да се намери остатъкът от делението на  $2^{1000} + 3^{1000}$  с 34.

**Задача 6.** Нека  $K = \{(1), (12)(34), (13)(24), (14)(23)\}$ .

- а) Докажете, че  $K \triangleleft S_4$ ;  
 б) Намерете всички нормални подгрупи на  $S_4$ ;  
 в) Намерете група, изоморфна на  $S_4/K$ .

**Задача 7.** Нека  $M = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix} \mid a, b \in \mathbb{Z} \right\}$  и  $I = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix} \in M \mid a \equiv b \pmod{2} \right\}$ . Докажете, че  $M$  е комутативен пръстен,  $I \trianglelefteq M$  и  $M/I \cong \mathbb{Z}_2$ .

**Задача 8.** Да се изрази чрез  $p$  и  $q$  симетричната функция  $F$  от корените  $x_1, x_2, x_3$  на полинома  $f(x) = x^3 + px + q$ , където

$$F = \frac{x_1}{x_2^2 - x_2x_3 + x_3^2} + \frac{x_2}{x_1^2 - x_1x_3 + x_3^2} + \frac{x_3}{x_1^2 - x_1x_2 + x_2^2}.$$

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
<b>4</b>					
Име:					

Писмен изпит по висша алгебра  
 спец. Компютърни науки  
 30.06. 2007 г.

**Задача 13.** Да се намери остатъкът от делението на  $2^{1000} + 3^{1000}$  с 34.

**Задача 14.** Нека  $K = \{(1), (12)(34), (13)(24), (14)(23)\}$ .

- а) Докажете, че  $K \triangleleft S_4$ ;  
 б) Намерете всички нормални подгрупи на  $S_4$ ;  
 в) Намерете група, изоморфна на  $S_4/K$ .

**Задача 15.** Нека  $M = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix} \mid a, b \in \mathbb{Z} \right\}$  и  $I = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix} \in M \mid a \equiv b \pmod{2} \right\}$ . Докажете, че  $M$  е комутативен пръстен,  $I \trianglelefteq M$  и  $M/I \cong \mathbb{Z}_2$ .

**Задача 16.** Да се изрази чрез  $p$  и  $q$  симетричната функция  $F$  от корените  $x_1, x_2, x_3$  на полинома  $f(x) = x^3 + px + q$ , където

$$F = \frac{x_1}{x_2^2 - x_2x_3 + x_3^2} + \frac{x_2}{x_1^2 - x_1x_3 + x_3^2} + \frac{x_3}{x_1^2 - x_1x_2 + x_2^2}.$$