вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
1					
Име:					

ПИСМЕН ИЗПИТ ПО ВИСША АЛГЕБРА
спец. Компютърни науки , II курс
26.06.2006 г.

Задача 1. Нека G е група от ред 10.
а) Да се докаже, че в групата има елементи с редове 2 и 5 съответно;
б) Да се докаже, че $M = \{x \in G \mid x^5 = e\} \trianglelefteq G$.

Задача 2 Нека

$$K = \left\{ \frac{f(x)}{g(x)} \mid f(x), g(x) \in \mathbb{Q}[x], (f(x), g(x)) = 1, (x^2+1) \mid g(x) \right\},$$

$$M = \left\{ \frac{f(x)}{g(x)} \in K \mid (x^2 + 1) \mid f(x) \right\}.$$

а) Да се докаже, че K е пръстен с единица и $M \lhd K$ и $K/M \cong \mathbb{Q}(i)$.
б) Да се докаже, че M съдържа всички необратими елементи на K.
в) Да се докаже, че всеки собствен идеал на K (т.е. различен от K) се съдържа в M.

Задача 3 Даден е полиномът $f(x) = x^4 - 3x^2 - 7x + 5 \in \mathbb{Q}[x]$.
а) Да се докаже, че полиномът $f(x)$ е неразложим над $\mathbb{Q}$.
б) Нека $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ са корени на полинома $f(x)$. Да се пресметне

$$\Sigma = \frac{1}{1-\alpha_1} + \frac{1}{1-\alpha_2} + \frac{1}{1-\alpha_3} + \frac{1}{1-\alpha_4}.$$

Задача 4 Да се намерят естествените числа n, за които пръстените $\mathbb{Z}_{n-1}, \mathbb{Z}_{n+1}, \mathbb{Z}_{n+13}, \mathbb{Z}_{n+15}, \mathbb{Z}_{n+27}$ са полета.

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
2					
Име:					

ПИСМЕН ИЗПИТ ПО ВИСША АЛГЕБРА
спец. Компютърни науки , II курс
26.06.2006 г.

Задача 1. Нека G е група от ред 14.
а) Да се докаже, че в групата има елементи с редове 2 и 7 съответно;
б) Да се докаже, че $M = \{x \in G \mid x^7 = e\} \trianglelefteq G$.

Задача 2 Нека

$$K = \left\{ \frac{f(x)}{g(x)} \mid f(x), g(x) \in \mathbb{Q}[x], (f(x), g(x)) = 1, (x^2-2) \mid g(x) \right\},$$

$$M = \left\{ \frac{f(x)}{g(x)} \in K \mid (x^2 - 2) \mid f(x) \right\}.$$

а) Да се докаже, че K е пръстен с единица и $M \lhd K$ и $K/M \cong \mathbb{Q}(\sqrt{2})$.
б) Да се докаже, че M съдържа всички необратими елементи на K.
в) Да се докаже, че всеки собствен идеал на K (т.е. различен от K) се съдържа в M.

Задача 3 Даден е полиномът $f(x) = x^4 - 3x^2 - 2x + 5 \in \mathbb{Q}[x]$.
а) Да се докаже, че полиномът $f(x)$ е неразложим над $\mathbb{Q}$.
б) Нека $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ са корени на полинома $f(x)$. Да се пресметне

$$\Sigma = \frac{1}{1+\alpha_1} + \frac{1}{1+\alpha_2} + \frac{1}{1+\alpha_3} + \frac{1}{1+\alpha_4}.$$

Задача 4 Да се намерят естествените числа n, за които пръстените $\mathbb{Z}_{n-1}, \mathbb{Z}_{n+1}, \mathbb{Z}_{n+13}, \mathbb{Z}_{n+15}, \mathbb{Z}_{n+27}$ са полета.

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
3					
Име:					

ПИСМЕН ИЗПИТ ПО ВИСША АЛГЕБРА
спец. Компютърни науки , II курс
26.06.2006 г.

Задача 1. Нека G е група от ред 10.
а) Да се докаже, че в групата има елементи с редове 2 и 5 съответно;
б) Да се докаже, че $M = \{x \in G \mid x^5 = e\} \trianglelefteq G$.

Задача 2 Нека

$$K = \left\{ \frac{f(x)}{g(x)} \mid f(x), g(x) \in \mathbb{Q}[x], (f(x), g(x)) = 1, (x^2-3) \mid g(x) \right\},$$

$$M = \left\{ \frac{f(x)}{g(x)} \in K \mid (x^2 - 3) \mid f(x) \right\}.$$

а) Да се докаже, че K е пръстен с единица и $M \lhd K$ и $K/M \cong \mathbb{Q}(\sqrt{3})$.
б) Да се докаже, че M съдържа всички необратими елементи на K.
в) Да се докаже, че всеки собствен идеал на K (т.е. различен от K) се съдържа в M.

Задача 3 Даден е полиномът $f(x) = x^4 + 3x^2 + 5x - 7 \in \mathbb{Q}[x]$.
а) Да се докаже, че полиномът $f(x)$ е неразложим над $\mathbb{Q}$.
б) Нека $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ са корени на полинома $f(x)$. Да се пресметне

$$\Sigma = \frac{1}{2-\alpha_1} + \frac{1}{2-\alpha_2} + \frac{1}{2-\alpha_3} + \frac{1}{2-\alpha_4}.$$

Задача 4 Да се намерят естествените числа n, за които пръстените $\mathbb{Z}_{n-1}, \mathbb{Z}_{n+1}, \mathbb{Z}_{n+13}, \mathbb{Z}_{n+15}, \mathbb{Z}_{n+27}$ са полета.

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
4					
Име:					

ПИСМЕН ИЗПИТ ПО ВИСША АЛГЕБРА
спец. Компютърни науки , II курс
26.06.2006 г.

Задача 1. Нека G е група от ред 14.
а) Да се докаже, че в групата има елементи с редове 2 и 7 съответно;
б) Да се докаже, че $M = \{x \in G \mid x^7 = e\} \trianglelefteq G$.

Задача 2 Нека

$$K = \left\{ \frac{f(x)}{g(x)} \mid f(x), g(x) \in \mathbb{Q}[x], (f(x), g(x)) = 1, (x^2+2) \mid g(x) \right\},$$

$$M = \left\{ \frac{f(x)}{g(x)} \in K \mid (x^2 + 2) \mid f(x) \right\}.$$

а) Да се докаже, че K е пръстен с единица и $M \lhd K$ и $K/M \cong \mathbb{Q}(i\sqrt{2})$.
б) Да се докаже, че M съдържа всички необратими елементи на K.
в) Да се докаже, че всеки собствен идеал на K (т.е. различен от K) се съдържа в M.

Задача 3 Даден е полиномът $f(x) = x^4 - 3x^2 - 5x + 2 \in \mathbb{Q}[x]$.
а) Да се докаже, че полиномът $f(x)$ е неразложим над $\mathbb{Q}$.
б) Нека $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ са корени на полинома $f(x)$. Да се прсметне

$$\Sigma = \frac{1}{2+\alpha_1} + \frac{1}{2+\alpha_2} + \frac{1}{2+\alpha_3} + \frac{1}{2+\alpha_4}.$$

Задача 4 Да се намерят естествените числа n, за които пръстените $\mathbb{Z}_{n-1}, \mathbb{Z}_{n+1}, \mathbb{Z}_{n+13}, \mathbb{Z}_{n+15}, \mathbb{Z}_{n+27}$ са полета.