вар.	ф. номер	гр.	пот.	к.	сп.	име
1						

ПИСМЕН ИЗПИТ ПО ЛИНЕЙНА АЛГЕБРА
всички специалности
19.09.2005 г.

Задача 1. (1 точка) Да се намерят всички стойности на параметъра p, за които системата от вектори

$$a_1 = (1, 2, -1, 3), \qquad a_2 = (1, 0, 1, -1),$$
$$a_3 = (2, -1, 1, -2), \qquad a_4 = (1, 0, 1, p).$$

има ранг 3.

Задача 2. (1,5 точки) В линейното пространство $\mathbb{R}^4$ на наредените четворки реални числа са зададени подмножествата

$$U = \{ (x_1, x_2, x_3, x_4) \mid x_1 + 4x_2 - 4x_3 + 4x_4 = 0 \}$$

и

$$V = \{ (x_1, x_2, x_3, x_4) \mid x_1 - 4x_2 + 4x_3 - 4x_4 = 1 \}.$$

а) Да се определи кои от подмножествата U и V са линейни подпространства на $\mathbb{R}^4$;

б) Да се намерят базиси на тези подмножества, които са линейни подпространства.

Задача 3. (1,5 точки) В линейното пространство

$$\mathbb{R}^4[x] = \{ a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 \mid a_0, a_1, a_2, a_3 \in \mathbb{R} \}$$

на полиномите с реални коефициенти, от степен ненадминаваща 3, разглеждаме изображението $\tau : \mathbb{R}^4[x] \to \mathbb{R}^4[x]$, зададено с формулата $\tau(f(x)) = f(x+1)$.

а) Да се докаже, че τ е обратим линеен оператор и да се намери неговия обратен;

б) Да се намери матрицата на линейния оператор τ спрямо базиса $1, x, x^2, x^3$ на $\mathbb{R}^4[x]$.

вар.	ф. номер	гр.	пот.	к.	сп.	име
2						

ПИСМЕН ИЗПИТ ПО ЛИНЕЙНА АЛГЕБРА
всички специалности
19.09.2005 г.

Задача 1. (1 точка) Да се намерят всички стойности на параметъра p, за които системата от вектори

$$a_1 = (1, -1, 0, 2), \qquad a_2 = (1, 3, -1, 0),$$
$$a_3 = (2, 1, 0, 1) \qquad a_4 = (1, 1, -1, p).$$

има ранг 3.

Задача 2. (1,5 точки) В линейното пространство $\mathbb{R}^4$ на наредените четворки реални числа са зададени подмножествата

$$U = \{ (x_1, x_2, x_3, x_4) \mid x_1 + 3x_2 - 3x_3 + 3x_4 = 0 \}$$

и

$$V = \{ (x_1, x_2, x_3, x_4) \mid x_1 - 3x_2 + 3x_3 - 3x_4 = 1 \}.$$

а) Да се определи кои от подмножествата U и V са линейни подпространства на $\mathbb{R}^4$;

б) Да се намерят базиси на тези подмножества, които са линейни подпространства.

Задача 3. (1,5 точки) В линейното пространство

$$\mathbb{R}^4[x] = \{ a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 \mid a_0, a_1, a_2, a_3 \in \mathbb{R} \}$$

на полиномите с реални коефициенти, от степен ненадминаваща 3, разглеждаме изображението $\tau : \mathbb{R}^4[x] \to \mathbb{R}^4[x]$, зададено с формулата $\tau(f(x)) = f(x+1)$.

а) Да се докаже, че τ е обратим линеен оператор и да се намери неговия обратен;

б) Да се намери матрицата на линейния оператор τ спрямо базиса $1, x, x^2, x^3$ на $\mathbb{R}^4[x]$.

вар.	ф. номер	гр.	пот.	к.	сп.	име
3						

ПИСМЕН ИЗПИТ ПО ЛИНЕЙНА АЛГЕБРА
всички специалности
19.09.2005 г.

Задача 1. (1 точка) Да се намерят всички стойности на параметъра p, за които системата от вектори

$$a_1 = (1, 0, -1, 2), \qquad a_2 = (1, 1, -1, 3),$$
$$a_3 = (1, 2, 1, -1), \qquad a_4 = (2, 1, 0, p).$$

има ранг 3.

Задача 2. (1,5 точки) В линейното пространство $\mathbb{R}^4$ на наредените четворки реални числа са зададени подмножествата

$$U = \{ (x_1, x_2, x_3, x_4) \mid x_1 + 2x_2 - 2x_3 + 2x_4 = 0 \}$$

и

$$V = \{ (x_1, x_2, x_3, x_4) \mid x_1 - 2x_2 + 2x_3 - 2x_4 = 1 \}.$$

а) Да се определи кои от подмножествата U и V са линейни подпространства на $\mathbb{R}^4$;

б) Да се намерят базиси на тези подмножества, които са линейни подпространства.

Задача 3. (1,5 точки) В линейното пространство

$$\mathbb{R}^4[x] = \{ a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 \mid a_0, a_1, a_2, a_3 \in \mathbb{R} \}$$

на полиномите с реални коефициенти, от степен ненадминаваща 3, разглеждаме изображението $\tau : \mathbb{R}^4[x] \to \mathbb{R}^4[x]$, зададено с формулата $\tau(f(x)) = f(x+1)$.

а) Да се докаже, че τ е обратим линеен оператор и да се намери неговия обратен;

б) Да се намери матрицата на линейния оператор τ спрямо базиса $1, x, x^2, x^3$ на $\mathbb{R}^4[x]$.

вар.	ф. номер	гр.	пот.	к.	сп.	име
4						

ПИСМЕН ИЗПИТ ПО ЛИНЕЙНА АЛГЕБРА
всички специалности
19.09.2005 г.

Задача 1. (1 точка) Да се намерят всички стойности на параметъра p, за които системата от вектори

$$a_1 = (1, 1, -1, 2) \qquad a_2 = (1, 0, 2, -1),$$
$$a_3 = (2, 1, 3, 0) \qquad a_4 = (1, 0, -2, p).$$

има ранг 3.

Задача 2. (1,5 точки) В линейното пространство $\mathbb{R}^4$ на наредените четворки реални числа са зададени подмножествата

$$U = \{ (x_1, x_2, x_3, x_4) \mid x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \}$$

и

$$V = \{ (x_1, x_2, x_3, x_4) \mid x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 1 \}.$$

а) Да се определи кои от подмножествата U и V са линейни подпространства на $\mathbb{R}^4$;

б) Да се намерят базиси на тези подмножества, които са линейни подпространства.

Задача 3. (1,5 точки) В линейното пространство

$$\mathbb{R}^4[x] = \{ a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 \mid a_0, a_1, a_2, a_3 \in \mathbb{R} \}$$

на полиномите с реални коефициенти, от степен ненадминаваща 3, разглеждаме изображението $\tau : \mathbb{R}^4[x] \to \mathbb{R}^4[x]$, зададено с формулата $\tau(f(x)) = f(x+1)$.

а) Да се докаже, че τ е обратим линеен оператор и да се намери неговия обратен;

б) Да се намери матрицата на линейния оператор τ спрямо базиса $1, x, x^2, x^3$ на $\mathbb{R}^4[x]$.