| вариант | ф. номер | група | поток | курс | специалност |
|---|---|---|---|---|---|
| **1** | | | | | |
| Име: | | | | | |

ВТОРО КОНТРОЛНО ПО ЛИНЕЙНА АЛГЕБРА
15.01.2010 г.

**Задача 1.** Нека $\varphi$ е линеен оператор в реалното тримерно пространство $V$ с матрица

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 \\ -5 & 4 & -5 \\ -6 & 6 & -7 \end{pmatrix}$$

в някой базис на $V$.
а) Да се опишат всички собствени вектори на оператора $\varphi$ и да се намери базис, в който матрицата на $\varphi$ е диагонална.
б) Да се намери базис на $\operatorname{Im}\varphi$, $\operatorname{Ker}\varphi$, $\operatorname{Im}\varphi \cap \operatorname{Ker}\varphi$.

**Задача 2.** За кои стойности на параметъра $x$ матрицата

$$A = \begin{pmatrix} x & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & x & 1 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & x & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & x & 1 \\ 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & x \end{pmatrix}$$

е обратима? За тези стойности на $x$ намерете $A^{-1}$.
**Задача 3.** Нека $V$ е линейно пространство над поле $F$, $\dim V = n$ и $\varphi$ е линеен оператор във $V$. Да се докаже, че ако всяко едномерно подпространство на $V$ е $\varphi$- инвариантно, то $\varphi$ е скаларен оператор, т.е. $\varphi = \lambda\,\mathbf{id}$ за някое $\lambda \in F$.

| вариант | ф. номер | група | поток | курс | специалност |
|---|---|---|---|---|---|
| **2** | | | | | |
| Име: | | | | | |

ВТОРО КОНТРОЛНО ПО ЛИНЕЙНА АЛГЕБРА
15.01.2010 г.

**Задача 1.** Нека $\varphi$ е линеен оператор във реалното тримерно пространство $V$ с матрица

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -5 & -5 \\ 6 & -7 & -6 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

в някой базис на $V$.
а) Да се опишат всички собствени вектори на оператора $\varphi$ и да се намери базис, в който матрицата на $\varphi$ е диагонална.
б) Да се намери базис на $\operatorname{Im}\varphi$, $\operatorname{Ker}\varphi$, $\operatorname{Im}\varphi \cap \operatorname{Ker}\varphi$.

**Задача 2.** За кои стойности на параметъра $x$ матрицата

$$A = \begin{pmatrix} 1 & x & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & x & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & x \\ x & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

е обратима? За тези стойности на $x$ намерете $A^{-1}$.
**Задача 3.** Нека $V$ е линейно пространство над поле $F$, $\dim V = n$ и $\varphi$ е линеен оператор във $V$. Да се докаже, че ако всяко едномерно подпространство на $V$ е $\varphi$- инвариантно, то $\varphi$ е скаларен оператор, т.е. $\varphi = \lambda\,\mathbf{id}$ за някое $\lambda \in F$.

| вариант | ф. номер | група | поток | курс | специалност |
|---|---|---|---|---|---|
| **3** | | | | | |
| Име: | | | | | |

ВТОРО КОНТРОЛНО ПО ЛИНЕЙНА АЛГЕБРА
15.01.2010 г.

**Задача 1.** Нека $\varphi$ е линеен оператор във реалното тримерно пространство $V$ с матрица

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 \\ -5 & 4 & -5 \\ -6 & 6 & -7 \end{pmatrix}$$

в някой базис на $V$.
а) Да се опишат всички собствени вектори на оператора $\varphi$ и да се намери базис, в който матрицата на $\varphi$ е диагонална.
б) Да се намери базис на $\operatorname{Im}\varphi$, $\operatorname{Ker}\varphi$, $\operatorname{Im}\varphi \cap \operatorname{Ker}\varphi$.

**Задача 2.** За кои стойности на параметъра $x$ матрицата

$$A = \begin{pmatrix} x & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & x & 1 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & x & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & x & 1 \\ 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & x \end{pmatrix}$$

е обратима? За тези стойности на $x$ намерете $A^{-1}$.
**Задача 3.** Нека $V$ е линейно пространство над поле $F$, $\dim V = n$ и $\varphi$ е линеен оператор във $V$. Да се докаже, че ако всяко едномерно подпространство на $V$ е $\varphi$- инвариантно, то $\varphi$ е скаларен оператор, т.е. $\varphi = \lambda\,\mathbf{id}$ за някое $\lambda \in F$.

| вариант | ф. номер | група | поток | курс | специалност |
|---|---|---|---|---|---|
| **4** | | | | | |
| Име: | | | | | |

ВТОРО КОНТРОЛНО ПО ЛИНЕЙНА АЛГЕБРА
15.01.2010 г.

**Задача 1.** Нека $\varphi$ е линеен оператор във реалното тримерно пространство $V$ с матрица

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -5 & -5 \\ 6 & -7 & -6 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

в някой базис на $V$.
а) Да се опишат всички собствени вектори на оператора $\varphi$ и да се намери базис, в който матрицата на $\varphi$ е диагонална.
б) Да се намери базис на $\operatorname{Im}\varphi$, $\operatorname{Ker}\varphi$, $\operatorname{Im}\varphi \cap \operatorname{Ker}\varphi$.

**Задача 2.** За кои стойности на параметъра $x$ матрицата

$$A = \begin{pmatrix} 1 & x & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & x & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & x \\ x & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

е обратима? За тези стойности на $x$ намерете $A^{-1}$.
**Задача 3.** Нека $V$ е линейно пространство над поле $F$, $\dim V = n$ и $\varphi$ е линеен оператор във $V$. Да се докаже, че ако всяко едномерно подпространство на $V$ е $\varphi$- инвариантно, то $\varphi$ е скаларен оператор, т.е. $\varphi = \lambda\,\mathbf{id}$ за някое $\lambda \in F$.