ПИСМЕН ИЗПИТ ПО АЛГЕБРА 1
специалност Компютърни науки, I курс
22 януари 2007
Вариант A

Задача 1. В четиримерното векторно пространство V са зададени подпространството U, което е решение на линейната система $\left|\begin{array}{l} x_1 = 0 \\ x_3 = 0 \end{array}\right.$ и подпространството $W = l(a_1, a_2, a_3)$, където $a_1 = (1, 2, 0, 3)$, $a_2 = (2, 3, 0, 1)$ и $a_3 = (1, 3, 0, 8)$. Да се намерят базиси на сумата $U + W$ и сечението $U \cap W$.

Задача 2. Да се пресметне детерминантата от ред n:

$$\left|\begin{array}{cccc} x_1 + 2n - 1 - 2i & x_2 + 2n - 1 - 2i & \dots & x_n + 2n - 1 - 2i \\ x_1 + 2n - 3 - 4i & x_2 + 2n - 3 - 4i & \dots & x_n + 2n - 3 - 4i \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_1 + 1 - 2^n i & x_2 + 1 - 2^n i & \dots & x_n + 1 - 2^n i \end{array}\right|.$$

Задача 3. В тримерното евклидово пространство E с ортонормиран базис e_1, e_2, e_3 е зададен линеен оператор φ, който има следната матрица

$$A = \begin{pmatrix} -5 & 3 & 6 \\ 3 & -13 & 2 \\ 6 & 2 & -10 \end{pmatrix}.$$

а) Да се намери ортонормиран базис на E, спрямо който матрицата на φ е диагонална, както и тази матрица.
б) Да се намери матрицата на оператора φ^{2007} спрямо базиса e_1, e_2, e_3.

Задача 4. В евклидово пространство E са зададени линейно независими вектори $e_1, e_2, \dots, e_n$ за които $|e_i| = 1$ и $(e_i, e_j) = \gamma$ при $i \neq j$. Да се докаже, че $\frac{-1}{n-1} < \gamma < 1$.

ПИСМЕН ИЗПИТ ПО АЛГЕБРА 1
специалност Компютърни науки, I курс
22 януари 2007
Вариант A

Задача 1. В четиримерното векторно пространство V са зададени подпространството U, което е решение на линейната система $\left|\begin{array}{l} x_1 = 0 \\ x_3 = 0 \end{array}\right.$ и подпространството $W = l(a_1, a_2, a_3)$, където $a_1 = (1, 2, 0, 3)$, $a_2 = (2, 3, 0, 1)$ и $a_3 = (1, 3, 0, 8)$. Да се намерят базиси на сумата $U + W$ и сечението $U \cap W$.

Задача 2. Да се пресметне детерминантата от ред n:

$$\left|\begin{array}{cccc} x_1 + 2n - 1 - 2i & x_2 + 2n - 1 - 2i & \dots & x_n + 2n - 1 - 2i \\ x_1 + 2n - 3 - 4i & x_2 + 2n - 3 - 4i & \dots & x_n + 2n - 3 - 4i \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_1 + 1 - 2^n i & x_2 + 1 - 2^n i & \dots & x_n + 1 - 2^n i \end{array}\right|.$$

Задача 3. В тримерното евклидово пространство E с ортонормиран базис e_1, e_2, e_3 е зададен линеен оператор φ, който има следната матрица

$$A = \begin{pmatrix} -5 & 3 & 6 \\ 3 & -13 & 2 \\ 6 & 2 & -10 \end{pmatrix}.$$

а) Да се намери ортонормиран базис на E, спрямо който матрицата на φ е диагонална, както и тази матрица.
б) Да се намери матрицата на оператора φ^{2007} спрямо базиса e_1, e_2, e_3.

Задача 4. В евклидово пространство E са зададени линейно независими вектори $e_1, e_2, \dots, e_n$ за които $|e_i| = 1$ и $(e_i, e_j) = \gamma$ при $i \neq j$. Да се докаже, че $\frac{-1}{n-1} < \gamma < 1$.

ПИСМЕН ИЗПИТ ПО АЛГЕБРА 1
специалност Компютърни науки, I курс
22 януари 2007
Вариант B

Задача 1. В четиримерното векторно пространство V са зададени подпространството U, което е решение на линейната система $\left|\begin{array}{l} x_2 = 0 \\ x_3 = 0 \end{array}\right.$ и подпространството $W = l(a_1, a_2, a_3)$, където $a_1 = (-2, 2, 0, 3)$, $a_2 = (-3, 4, 0, 1)$ и $a_3 = (-3, 2, 0, 8)$. Да се намерят базиси на сумата $U + W$ и сечението $U \cap W$.

Задача 2. Да се пресметне детерминантата от ред n:

$$\Delta_n = \left|\begin{array}{cccc} x_1 + 1 - 2i & x_1 + 2 - 3i & \dots & x_1 + n - (n+1)i \\ x_2 + 1 - 2i & x_2 + 2 - 3i & \dots & x_2 + n - (n+1)i \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_n + 1 - 2i & x_n + 2 - 3i & \dots & x_n + n - (n+1)i \end{array}\right|.$$

Задача 3. В тримерното евклидово пространство E с ортонормиран базис e_1, e_2, e_3 е зададен линеен оператор φ, който има следната матрица

$$A = \begin{pmatrix} 10 & 2 & 4 \\ 2 & 10 & -4 \\ 4 & -4 & 4 \end{pmatrix}.$$

а) Да се намери ортонормиран базис на E, спрямо който матрицата на φ е диагонална, както и тази матрица.
б) Да се намери матрицата на оператора φ^{2007} спрямо базиса e_1, e_2, e_3.

Задача 4. В евклидово пространство E са зададени линейно независими вектори $e_1, e_2, \dots, e_n$ за които $|e_i| = 1$ и $(e_i, e_j) = \gamma$ при $i \neq j$. Да се докаже, че $\frac{-1}{n-1} < \gamma < 1$.

ПИСМЕН ИЗПИТ ПО АЛГЕБРА 1
специалност Компютърни науки, I курс
22 януари 2007
Вариант B

Задача 1. В четиримерното векторно пространство V са зададени подпространството U, което е решение на линейната система $\left|\begin{array}{l} x_2 = 0 \\ x_3 = 0 \end{array}\right.$ и подпространството $W = l(a_1, a_2, a_3)$, където $a_1 = (-2, 2, 0, 3)$, $a_2 = (-3, 4, 0, 1)$ и $a_3 = (-3, 2, 0, 8)$. Да се намерят базиси на сумата $U + W$ и сечението $U \cap W$.

Задача 2. Да се пресметне детерминантата от ред n:

$$\Delta_n = \left|\begin{array}{cccc} x_1 + 1 - 2i & x_1 + 2 - 3i & \dots & x_1 + n - (n+1)i \\ x_2 + 1 - 2i & x_2 + 2 - 3i & \dots & x_2 + n - (n+1)i \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_n + 1 - 2i & x_n + 2 - 3i & \dots & x_n + n - (n+1)i \end{array}\right|.$$

Задача 3. В тримерното евклидово пространство E с ортонормиран базис e_1, e_2, e_3 е зададен линеен оператор φ, който има следната матрица

$$A = \begin{pmatrix} 10 & 2 & 4 \\ 2 & 10 & -4 \\ 4 & -4 & 4 \end{pmatrix}.$$

а) Да се намери ортонормиран базис на E, спрямо който матрицата на φ е диагонална, както и тази матрица.
б) Да се намери матрицата на оператора φ^{2007} спрямо базиса e_1, e_2, e_3.

Задача 4. В евклидово пространство E са зададени линейно независими вектори $e_1, e_2, \dots, e_n$ за които $|e_i| = 1$ и $(e_i, e_j) = \gamma$ при $i \neq j$. Да се докаже, че $\frac{-1}{n-1} < \gamma < 1$.