Име и Фамилия	Ф. номер	Група	Курс	Поток	n	m

Задача	1 *а)*	1 *б)*	1 *в)*	2	3 *а)*	3 *б)*	3 *в)*	4 *а)*	4 *б)*	5	Общо
Точки max	2	4	3	5	2	3	3	3	3	6	34
Точки											
Оценка											

Домашно №1 по Алгебра 2

спец. Компютърни науки, курс 2

Летен семестър на уч. 2014/2015г.

Срок за предаване:
седмицата 20 – 24 април 2015г., по време на упражненията

За цялата страница, с "n" се бележи факултетният Ви номер, а с "m" е последната му **ненулева** *цифра. Примери:*

- *ф.н.* 81067 $\Rightarrow$ $n = 81067,\ m = 7$;
- *ф.н.* 81020 $\Rightarrow$ $n = 81020,\ m = 2$

Въведете личните си данни в таблицата най-отгоре на листа. При предаване на домашната работа нека листът с условията (напечатани двустранно) да бъде **първи след защипаните**. **На всеки лист** *с решения да присъства факултетният Ви номер, записан в горения десен ъгъл. Оценката се формира по формулата* $2+\frac{\text{точки}}{8}$.

Задача 1

а) Да се пресметне $\varphi(2\varphi(n))$, *където* φ *е функцията на Ойлер.*

б) Да се намерят всички цели решения на системата

$$\left|\begin{array}{rcll} mx & \equiv & n & \pmod{11} \\ 2x & \equiv & m & \pmod{10} \end{array}\right. .$$

в) Да се намерят последните две цифри на 49^n.

Задача 2

Зададено е подмножеството $G = \{id, A, B, C\}$ *на симетричната група* S_8 *където*

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 3 & 4 & 1 & 2 & 7 & 8 & 5 & 6 \end{pmatrix},$$

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 6 & 5 & 8 & 7 & 2 & 1 & 4 & 3 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 8 & 7 & 6 & 5 & 4 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}. \qquad (1)$$

Да се докаже, че $G < S_8$ *и да се направи таблица за за умножение в* G. *Да се докаже, че* $G \cong K_4$, *където* K_4 *е групата на Клайн.*

Задача 3

В симетричната група S_9 елементът σ е представен като произведение на **зависими** *цикли: $\sigma = (123)(135)(235)(6m)$. Нека $\tau = (12)$.*

Забележка. Ако $m = 6$, то $\sigma = (123)(135)(235)(61)$.

а) *Да се представи σ в произведение от независими цикли и да сепресметне реда му.*

б) *В цикличната подгрупа $H < S_9$, породена от σ да се намерят всички елементи, които са цикли.*

в) *Да се намери в S_9 елемент от най-висок ред и да се определи броят на тези елементи. Спрегнати ли са помежду си?*

Задача 4

Зададено е множеството $G = \left\{ \begin{pmatrix} a & 0 \\ b & 1 \end{pmatrix} \big| a, b \in \mathbb{Q}, a \neq 0 \right\}$.

Да се докаже, че:

а) *G е група относно умножението на матрици. Да се намери центърът на G.*

б) *Множеството $H = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ b & 1 \end{pmatrix} \big| b \in \mathbb{Q} \right\}$ е нормална подгрупа на G и $H \simeq \mathbb{Q}$.*

Задача 5

Нека G е група от ред 10. Да се докаже, че в G има елементи от ред 2 и 5.